



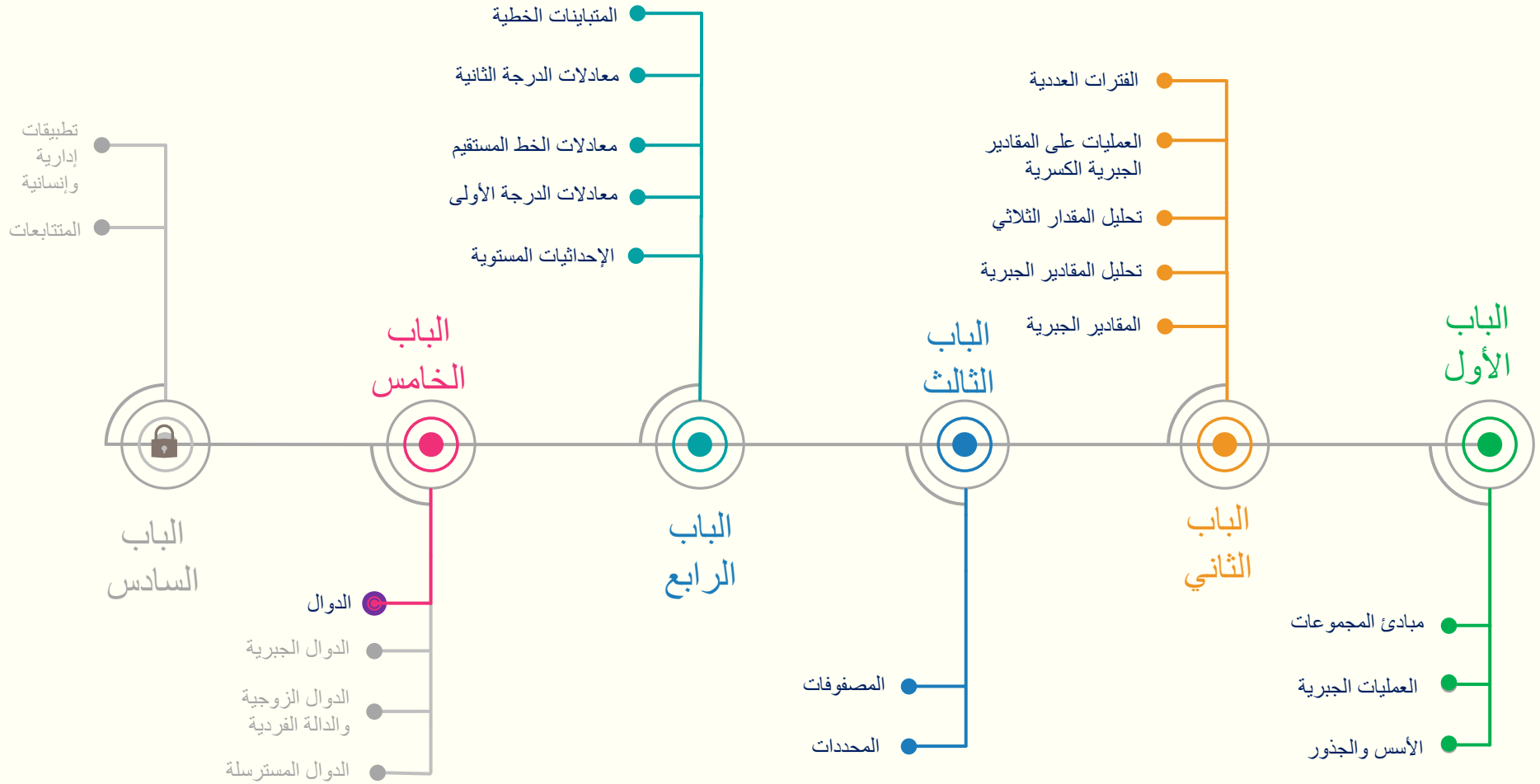
قسم الرياضيات  
Department of Mathematics

# MATH 111

الرياضيات للمسار الإداري والإنساني

إعداد قسم الرياضيات بجامعة الملك عبدالعزيز

الطبعة الثانية 1442 هـ - 2021 م





الطبعة الثانية 1442 هـ - 2021 م

قسم الرياضيات  
Department of Mathematics



## الباب الخامس : الدوال

5-1 الدوال

# الزوج المرتب

لنتذكر ما يلي:

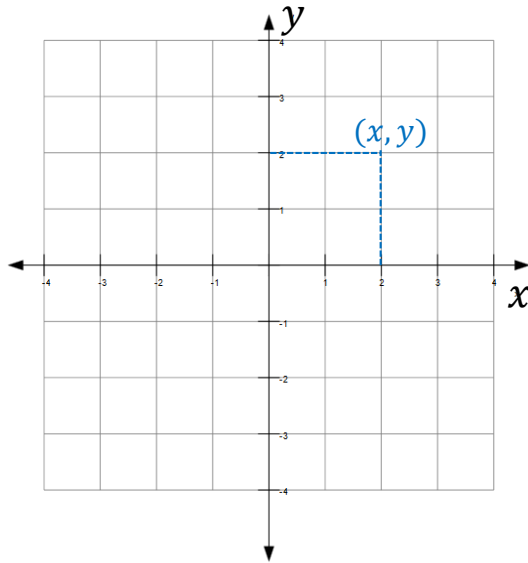
❖ **تعريف:** إذا كانت  $A$  و  $B$  مجموعتين غير خاليتين وكان  $x \in A, y \in B$  فإن  $(x,y)$  يسمى الزوج المرتب ويُقرأ من اليسار إلى اليمين، ويمثل هندسياً بنقطة في المستوى  $XY$ .

# تساوي زوجان مرتبان

❖ تعريف (تساوي زوجان مرتبان): يكون الزوجان المرتبان  $(a,b)$ ,  $(x,y)$  متساويين إذا كان:

$$x = a \text{ و } y = b.$$

وخلاف ذلك يكون الزوجان المرتبان مختلفان.



ملاحظة

إذا كان  $a \neq b$  فإن الزوج المرتب  $(a,b)$  لا يساوي الزوج المرتب  $(b,a)$  أي أن

$$(a, b) \neq (b, a)$$

# تساوي زوجان مرتبان

مثال

الزوج المرتب (3,5) = الزوج المرتب (3,5)

الزوج المرتب (7,1)  $\neq$  الزوج المرتب (1,7)

الزوج المرتب (1,7)  $\neq$  الزوج المرتب (-1,7)

# الضرب الكارتيزي

❖ تعريف:

الرمز هنا لا يشير إلى عملية الضرب

إذا كانت  $A$  و  $B$  مجموعتين غير خاليتين فإن حاصل الضرب الكارتيزي  $A \times B$  يعرف بأنه مجموعة **كل** الأزواج المرتبة  $(x, y)$  حيث  $x \in A$  و  $y \in B$  أي أن

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$$

# الضرب الكارتيزي

إذا كانت  $A = \{-2, 3, 6\}$  و  $B = \{4, 7\}$  ، فأوجد :

مثال

$$a) A \times B \quad b) B \times A$$

$$a) A \times B = \{(-2, 4), (-2, 7), (3, 4), (3, 7), (6, 4), (6, 7)\}$$

$$b) B \times A = \{(4, -2), (4, 3), (4, 6), (7, -2), (7, 3), (7, 6)\}$$



# الضرب الكارتيزي

ملاحظة

إذا كانت  $A$  و  $B$  مجموعتين غير خاليتين، فإن:

❖ عدد عناصر المجموعة  $A \times B$  يساوي عدد عناصر  $A$  ضرب عدد عناصر  $B$  أي أن

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|$$

الرمز يشير إلى عملية الضرب

$$A \times B \neq B \times A \quad \text{❖}$$

❖ عدد عناصر  $A \times B$  تساوي عدد عناصر  $B \times A$ ، أي أن رتبة  $A \times B$  تساوي رتبة  $B \times A$ :

$$|A \times B| = |B \times A| = |A| \cdot |B|$$

# الضرب الكارتيزي

مثال إذا كانت  $A = \{x, y, z\}$  و  $B = \{-1, 2, 5, 8\}$  ، فأوجد :

a)  $|A|$       b)  $|B|$       c)  $|A \times B|$       d)  $|B \times A|$

a)  $|A| = 3$

c)  $|A \times B| = 12$

b)  $|B| = 4$

d)  $|B \times A| = 12$

# العلاقة

❖ **تعريف (العلاقة):** إذا كانت  $A$  و  $B$  مجموعتين غير خاليتين فإن العلاقة بين  $A$  و  $B$

مجموعة جزئية من الضرب الكارتيزي  $A \times B$  وتسمى مجموعة العناصر في

الإحداثي الأول **بمجال العلاقة** بينما تسمى مجموعة العناصر في الإحداثي الثاني

**بمدى العلاقة.**

# العلاقة

إذا كانت  $A = \{-1, 3, 5\}$  و  $B = \{2, 4, 6\}$  فإن

مثال

تمثل علاقة من  $A$  إلى  $B$  .  
 $A_1 = \{(-1, 2), (3, 6), (5, 6)\}$

وعندئذ يكون المجال  $\{-1, 3, 5\}$  والمدى  $\{2, 6\}$

# الدوال

❖ **تعريف (الدالة):** إذا كانت  $A$  و  $B$  مجموعتين غير خاليتين فإن العلاقة

$f: A \rightarrow B$  تسمى **دالة** إذا كان كل عنصر في المجموعة  $A$  يرتبط بعنصر واحد فقط

في المجموعة  $B$ .

وبعبارة أخرى (كل عنصر في المجموعة  $A$  له صورة واحدة فقط في المجموعة  $B$ ).

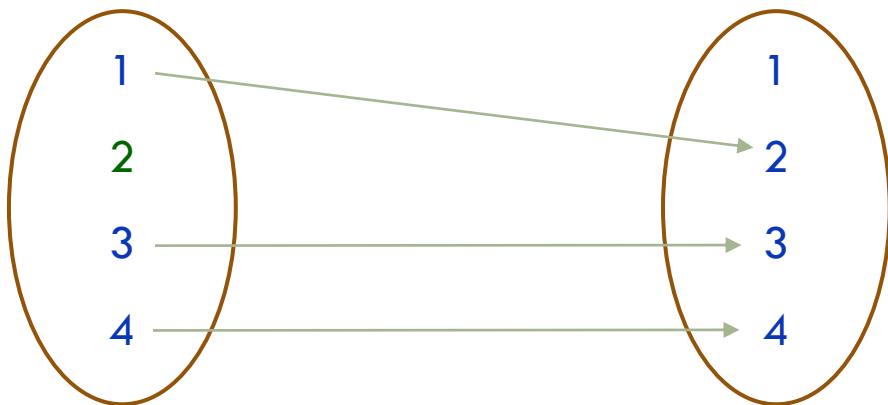
المجموعة  $A$  تسمى **بمجال الدالة**  $f$  ويرمز له بالرمز  $D_f$ .

والمجموعة  $B$  تسمى **بالمجال المقابل** للدالة  $f$  ويرمز له بالرمز  $Co - D_f$ .

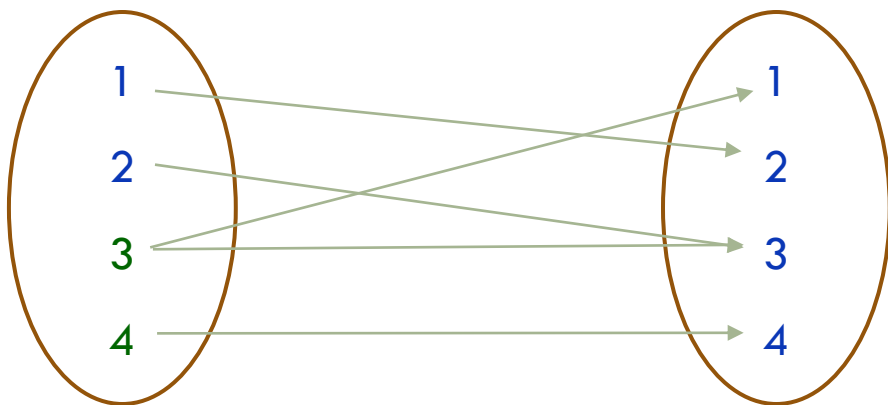
و**مدى الدالة**  $f$  هو مجموعة صور عناصر المجموعة  $A$  وهو مجموعة جزئية من

المجموعة  $B$  ويرمز له بالرمز  $R_f$ .

# الدوال



العلاقة التالية لا تمثل دالة.  
(العنصر 2 في المجال ليس له صورة في  
المجال المقابل)



العلاقة التالية لا تمثل دالة.  
(العنصر 2 في المجال له صورتان في  
المجال المقابل)

# الدوال

مثال

إذا كانت  $A = \{1,2,3,4\}$  و  $B = \{-1,0,5,6,7,8,9\}$  وكانت  
 $f: A \rightarrow B$  ، فهل  $f = \{(1, -1), (2,5), (3,8), (4,7)\}$  تمثل دالة؟  
 وإذا كانت كذلك فأوجد المجال والمجال المقابل والمدى.

نعم، تمثل دالة.

1) المجال =  $A = \{1,2,3,4\}$

2) المجال المقابل =  $B = \{-1,0,5,6,7,8,9\}$

3) المدى =  $R_f = \{-1, 5,8,7\}$

# الدوال

مثال

إذا كانت  $A = \{1,2,3,4\}$  و  $B = \{-1,0,5,6,7,8,9\}$  وكانت

$f: A \rightarrow B$  ، فهل

$f = \{(1, -1), (1,0), (2,6), (3,9), (4,7)\}$  تمثل دالة؟ وإذا كانت

كذلك فأوجد المجال والمجال المقابل والمدى.

لا تمثل دالة لأن العدد 1 له صورتين وهي -1 و 0.



إذا كانت  $A = \{1,2,3\}$  ،  $B = \{a, b, c, d\}$  فتحقق ما إذا كانت العلاقات

التالية تمثل دالة من  $A$  إلى  $B$  أو لا وفي حالة كونها دالة أوجد مداها.

$$f_1 = \{(2, b), (2, c), (1, d)\}$$

$f_1$  لا تمثل دالة لأن  $f_1(2) = b$  ،  $f_1(2) = c$ .

$$f_2 = \{(1, b), (2, c), (3, d)\}$$

$f_2$  تمثل دالة ومداها  $\{b, c, d\}$ .

$$f_3 = \{(2, a), (3, c)\}$$

$f_3$  لا تمثل دالة، لأن العنصر 1 ينتمي لمجال العلاقة وليس له صورة.

$$f_4 = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$$

$f_4$  تمثل دالة ومداها  $\{a\}$  وتسمى بالدالة الثابتة لأن صورة كل العناصر في  $A$  هي العنصر الثابت  $a$ .

$$f_5 = \{(1, a), (2, b), (3, b)\}$$

$f_5$  تمثل دالة ومداها  $\{a, b\}$ .

# الدوال

مثال إذا كانت  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  معرفة كالتالي  $f(x) = 1 - x^3$  فأوجد ما

يلي:  $a) f(1)$   $b) f(-2)$

$$a) f(1) = 1 - (1)^3 = 1 - 1 = 0$$

$$b) f(-2) = 1 - (-2)^3 = 1 + 8 = 9$$

# الدوال

مثال إذا كانت  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  معرفة كالتالي  $f(x) = \frac{1+x^2}{x}$

فأوجد:  $f(-1)$

$$f(-1) = \frac{1 + (-1)^2}{(-1)} = \frac{1 + 1}{-1} = \frac{2}{-1} = -2$$

# الدوال

مثال إذا كانت  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  معرفة كالتالي  $f(x) = 7 + 3x$  فأوجد:

$$f(-3) ، f(2)$$

$$f(2) = 7 + 3(2) = 7 + 6 = 13$$

$$f(-3) = 7 + 3(-3) = 7 - 9 = -2$$



5-1

## تمارين الواجب للفصل الخامس



رقم التمرين	رقم الصفحة
5	321
9	322

من كتاب مبادئ الرياضيات وتطبيقاتها في العلوم الإدارية والإنسانية الطبعة الحادية عشرة

