



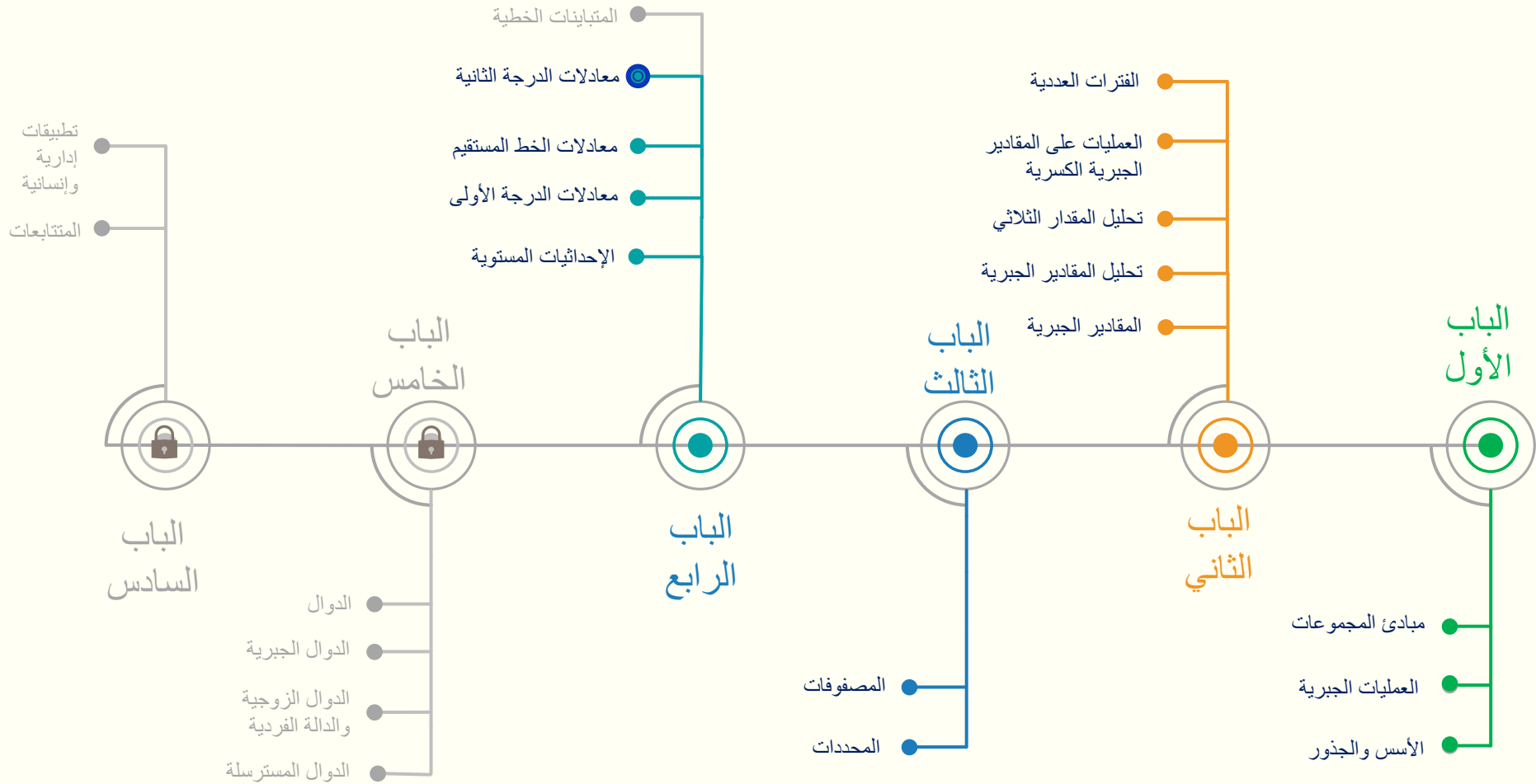
قسم الرياضيات
Department of Mathematics

MATH 111

الرياضيات للمسار الإداري والإنساني

إعداد قسم الرياضيات بجامعة الملك عبدالعزيز

الطبعة الثانية 1442 هـ - 2021 م





الطبعة الثانية 1442 هـ - 2021 م

قسم الرياضيات
Department of Mathematics



الباب الثالث : المعادلات

4-4 معادلات الدرجة الثانية

حل معادلات الدرجة الثانية في مجهول واحد جبرياً

❖ تعريف: الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية في مجهول

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a, b, c \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0$$

قيمة x
تسمى حل
المعادلة أو
جذر
للمعادلة

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

وحلها يُعطى بالقانون العام

ويسمى المقدار $b^2 - 4ac$ **بالمميز**، وبناءً عليه يوجد ثلاث حالات للحل:

$b^2 - 4ac < 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac > 0$
ليس للمعادلة جذر حقيقي	يوجد للمعادلة جذران حقيقيان متساويان (جذر حقيقي واحد مكرر)	يوجد للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

أوجد حل المعادلة $x^2 - x - 12 = 0$

بما أن: $a = 1, b = -1, c = -12$

$$\text{المميز} = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-12) = 1 + 48 = 49 > 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2(1)} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$x = \frac{1 + 7}{2} = \frac{8}{2} = 4, \quad \text{أو} \quad x = \frac{1 - 7}{2} = -\frac{6}{2} = -3$$

إذاً للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما

$$x = -3 \quad \text{أو} \quad x = 4$$

أوجد حل المعادلة $x^2 = -2x - 1$

مثال

يمكن إعادة كتابة المعادلة في الصورة القياسية $x^2 + 2x + 1 = 0$

بما أن: $a = 1, b = 2, c = 1$

$$\text{المميز} = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{-2 \pm 0}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

إذاً هناك حلان متساويان حقيقيان (جذر واحد مكرر) هو

$$x = -1$$

معادلة الدرجة الثانية بمجهول واحد

مثال أوجد حل المعادلة $x^2 - 2x + 5 = 0$

حيث أن: $a = 1, b = -2, c = 5$

$$\text{المميز} = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(5) = 4 - 20 = -16 < 0$$

وبالتالي ليس للمعادلة حل حقيقي.

حالات خاصة

لمعادلات الدرجة الثانية بمجهول واحد

حالات خاصة

(1) إذا كانت $c = 0$ تصبح معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد على الصورة
 $ax^2 + bx = 0$ ولحلها نتبع الطريقة التالية:

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0, \text{ أو } ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

مثال على الحالة الأولى

أوجد حل المعادلة $x^2 - 4x = 0$ **مثال**

$$x^2 - 4x = 0 \implies x(x - 4) = 0$$

$$\implies x = 0, \quad x - 4 = 0$$

$$\implies x = 0, \quad x = 4$$

حالات خاصة

(2) إذا كانت $b = 0$ فإن المعادلة تصبح على الصورة $ax^2 + c = 0$ وحلها:

$$ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

بشرط أن $\frac{c}{a} < 0$ حتى يكون للمعادلة جذران حقيقيان

أوجد حل المعادلة $x^2 - 1 = 0$

مثال

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

حالات خاصة

(3) إذا كانت $b = 0, c = 0$ فإن المعادلة تصبح على الصورة $ax^2 = 0$ وحلها:

$$x = 0$$

أوجد حل المعادلة $3x^2 = 0$

مثال

$$x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$$

حالات خاصة

مثال

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{أوجد حل المعادلة}$$

نستخدم أحياناً طريقة تحليل المقدار الثلاثي في حل معادلة الدرجة الثانية كما يلي:

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x - 3 = 0 \quad \text{أو} \quad x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \quad \text{أو} \quad x = 1$$

حل معادلات من الدرجة الثاني في صورة كسر

مثال أوجد حل المعادلة

$$x \neq 0 \quad \frac{x-1}{3} = \frac{4}{x}$$

$$x(x-1) = (3)(4)$$

$$\Rightarrow x^2 - x = 12$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow x+3=0 \quad \text{أو} \quad x-4=0$$

$$\Rightarrow x = -3 \quad \text{أو} \quad x = 4$$

حاصل ضرب
الطرفين يساوي
حاصل ضرب
الوسطين

حل معادلات من الدرجة الثاني في صورة جذر

مثال أوجد حل المعادلة $\sqrt{x^2 + 16} = 5$

بتربيع الطرفين $\sqrt{x^2 + 16} = 5$

$$\left(\sqrt{x^2 + 16}\right)^2 = (5)^2 \Rightarrow x^2 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 = 25 - 16$$

$$\Rightarrow x^2 = 9$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{9}$$

$$\Rightarrow x = \pm 3$$

حل معادلات من الدرجة الثاني في صورة جذر

مثال

$$\sqrt[3]{x^2 + 2x} = 2 \quad \text{أوجد حل المعادلة}$$

بتكعيب الطرفين

$$\left(\sqrt[3]{x^2 + 2x}\right)^3 = (2)^3$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = 8$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x + 4 = 0 \quad \text{أو} \quad x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -4 \quad \text{أو} \quad x = 2$$



4-4

تمارين الواجب للفصل الرابع

رقم التمرين	رقم الصفحة
1, 6	271
11	272
22(1)	273
22(14, 28)	274



من كتاب مبادئ الرياضيات وتطبيقاتها في العلوم الإدارية والإنسانية الطبعة الحادية عشرة

