



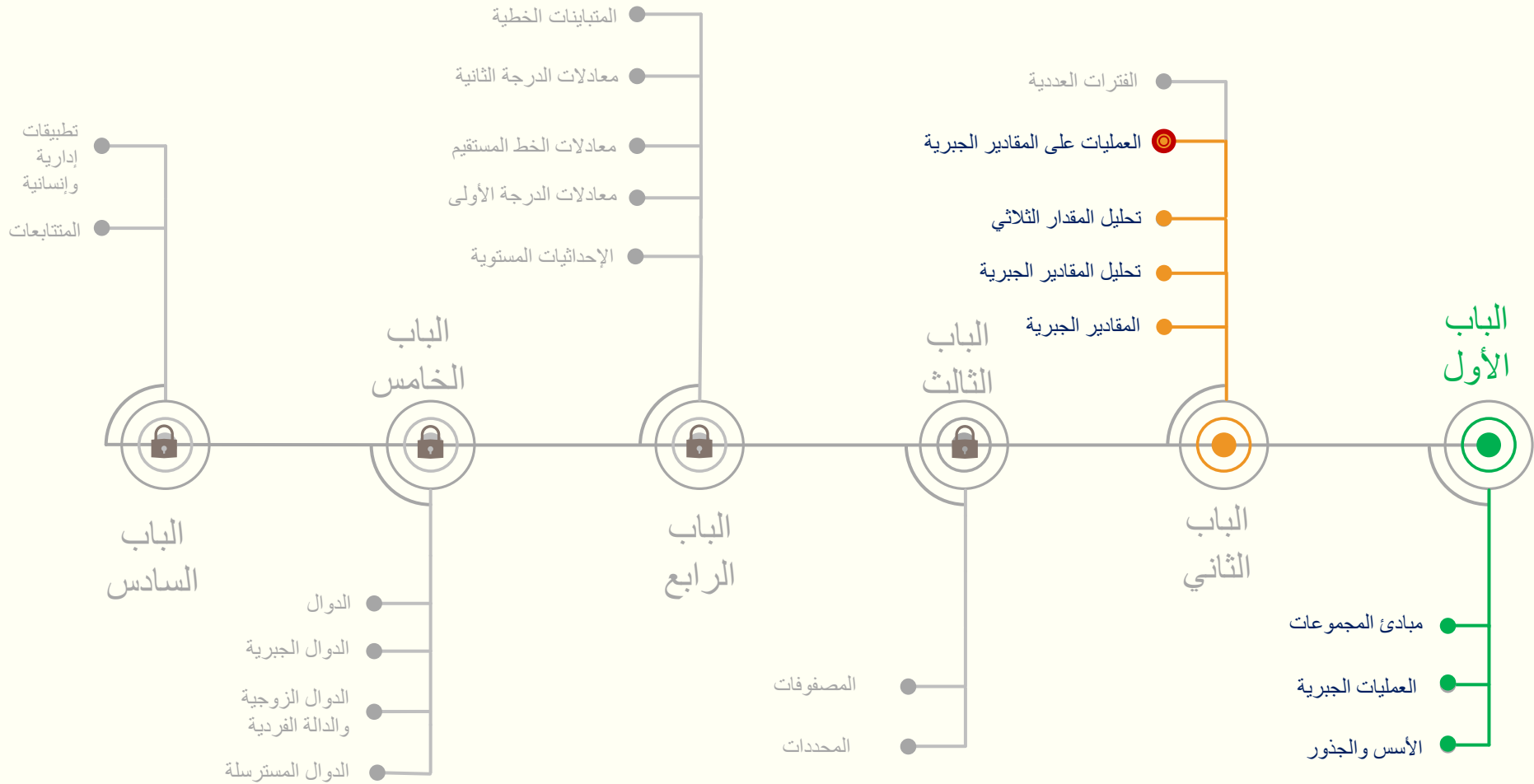
قسم الرياضيات
Department of Mathematics

MATH 111

الرياضيات للمسار الإداري والإنساني

إعداد قسم الرياضيات بجامعة الملك عبدالعزيز

الطبعة الثانية 1442 هـ - 2021 م





الطبعة الثانية 1442 هـ - 2021 م

قسم الرياضيات
Department of Mathematics



الباب الثاني : التحليل

2-4 العمليات على المقادير الجبرية

العمليات على المقادير الجبرية الكسرية

❖ **تعريف (المقدار الجبري الكسري):** هو قسمة مقدارين جبريين بشرط أن المقام لا يساوي الصفر.

❖ **قاعدة 1:** إذا كان a, b, k أعداد حقيقية بحيث $b \neq 0$ ، $k \neq 0$ فإن

$$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$$

تبسيط المقادير الجبرية

مثال

بسط المقادير

$$\frac{2x - 8}{x^2 - 4x}$$

$$\frac{2x-8}{x^2-4x} = \frac{2(x-4)}{x(x-4)} = \frac{2}{x}, x \neq 4$$

مثال

بسط المقادير

$$\frac{x^2 - 2x - 24}{x^2 - 5x - 6}$$

$$\frac{x^2-2x-24}{x^2-5x-6} = \frac{(x-6)(x+4)}{(x-6)(x+1)} = \frac{x+4}{x+1}, x \neq 6$$

جمع وطرح المقادير الجبرية الكسرية

❖ قاعدة 2: إذا كان a, b, c أعداد حقيقية بحيث $b \neq 0$ فإنّ

المقامات
متساوية

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

جمع وطرح الكسور العددية

الكسوران لهما نفس المقام لذا نجمع البسطين جمعاً جبرياً

أوجد ما يلي:

مثال

$$a) \quad \frac{3}{5} + \frac{6}{5} = \frac{3 + 6}{5} = \frac{9}{5}$$

$$b) \quad \frac{3}{7} - \frac{5}{7} = \frac{3 - 5}{7} = -\frac{2}{7}$$

$$c) \quad \frac{3}{8} + \frac{11}{8} = \frac{3 + 11}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

جمع وطرح الكسور العددية ذات المقامات المختلفة

❖ قاعدة 3: إذا كان a, b, c, d أعداد حقيقية بحيث $b \neq d$ ، $d \neq 0$ ، $b \neq 0$ فإن

المقامات
مختلفة

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

الكسران لهما مقامان مختلفان

مثال

أوجد ما يلي:

$$a) \quad \frac{7}{3} - \frac{1}{2} = \frac{(7 \times 2) - (1 \times 3)}{3 \times 2} = \frac{14 - 3}{6} = \frac{11}{6}$$

$$b) \quad \frac{3}{4} + \frac{7}{5} = \frac{(3 \times 5) + (7 \times 4)}{4 \times 5} = \frac{15 + 28}{20} = \frac{43}{20}$$

ضرب الكسور العددية

❖ قاعدة 4: إذا كان a, b, c, d أعداد حقيقية بحيث $b \neq 0$ ، $d \neq 0$ فإنّ

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

(حاصل ضرب كسرين هو كسر بسطه عبارة عن ضرب البسطين ومقامه عبارة عن ضرب المقامين).

مثال
أوجد ما يلي:

$$a) \quad \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

$$b) \quad -\frac{3}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{-3 \times 3}{7 \times 4} = -\frac{9}{28}$$

$$c) \quad \frac{2}{9} \times 5 = \frac{2}{9} \times \frac{5}{1} = \frac{2 \times 5}{9 \times 1} = \frac{10}{9}$$

$$d) \quad -8 \times \frac{3}{5} = \frac{-8}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{-8 \times 3}{1 \times 5} = -\frac{24}{5}$$

قسمة الكسور العددية

❖ قاعدة 5: إذا كان a, b, c, d أعداد حقيقية بحيث $d \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ فإن

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

(عند قسمة كسرين فإننا نبدل عملية القسمة إلى ضرب عن طريق قلب الكسر الثاني أي جعل بسطه مقاماً ومقامه بسطاً)

مثال
أوجد ما يلي:

$$a) \quad \frac{3}{7} \div \frac{2}{9} = \frac{3}{7} \times \frac{9}{2} = \frac{3 \times 9}{7 \times 2} = \frac{27}{14}$$

$$b) \quad -\frac{5}{3} \div \frac{2}{7} = -\frac{5}{3} \times \frac{7}{2} = -\frac{35}{6}$$

$$c) \quad 5 \div \frac{-2}{11} = \frac{5}{1} \times -\frac{11}{2} = -\frac{55}{2}$$

$$d) \quad \frac{11}{4} \div (-3) = \frac{11}{4} \times -\frac{1}{3} = -\frac{11}{12}$$

تبسيط المقادير الجبرية الكسرية

تبسيط المقادير الجبرية المحتوية على كسور تتبع قواعد العمليات على الكسور
العديدية السابق ذكرها.

جمع المقادير الجبرية ذو المقامات المتساوية

بسط المقدار

مثال

$$\frac{x}{x+2} + \frac{3}{x+2}$$

نلاحظ أن الكسرين لهما نفس المقام إذاً :

$$\frac{x}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{x+3}{x+2}$$

جمع المقادير الجبرية ذو المقامات المتساوية

بسط المقدار $\frac{3x}{x+5} + \frac{15}{x+5}$

مثال

نلاحظ أن الكسرين لهما نفس المقام إذاً :

$$\frac{3x}{x+5} + \frac{15}{x+5} = \frac{3x+15}{x+5} = \frac{3(x+5)}{\cancel{x+5}} = 3, \quad x \neq -5$$

طرح المقادير الجبرية ذو المقامات المتساوية

بسط المقدار $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x-3}$

مثال

نلاحظ أن الكسرين لهما نفس المقام إذاً :

$$\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x-3} = \frac{x-3}{x-3} = 1, \quad x \neq 3$$

جمع المقادير الجبرية ذو المقامات المختلفة

بسط المقدار $2 + \frac{x+4}{x+2}$

مثال

$$2 + \frac{x+4}{x+2} = \frac{2}{1} + \frac{x+4}{x+2}$$

$$= \frac{2(x+2) + 1(x+4)}{1(x+2)}$$

$$= \frac{2x+4+x+4}{x+2}$$

$$= \frac{3x+8}{x+2}$$

طرح المقادير الجبرية ذو المقامات المختلفة

بسط المقدار $\frac{x}{x+2} - \frac{3}{x-1}$

مثال

$$\begin{aligned} \frac{x}{x+2} - \frac{3}{x-1} &= \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)} - \frac{3(x+2)}{(x-1)(x+2)} \\ &= \frac{x(x-1) - 3(x+2)}{(x+2)(x-1)} = \frac{x^2 - x - 3x - 6}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - 4x - 6}{(x+2)(x-1)} \end{aligned}$$

ضرب المقادير الجبرية الكسرية

قبل إجراء عملية الضرب أو القسمة نقوم **إن أمكن** بتحليل بسط ومقام كل كسر باستخدام طرق التحليل السابقة (العامل المشترك - فرق بين مربعين - فرق بين مكعبين - مجموع مكعبين - المربع الكامل - تحليل المقدار الثلاثي).

ملاحظة

$$\frac{2x}{3} \times \frac{x-1}{x}$$

بسط المقدار

مثال

$$\frac{2x}{3} \times \frac{x-1}{x} = \frac{\cancel{2x}(x-1)}{\cancel{3x}} = \frac{2(x-1)}{3}, \quad x \neq 0$$

ضرب المقادير الجبرية الكسرية

$$\frac{x}{2x+1} \times \frac{2x}{x+1}$$

بسط المقدار

مثال

نلاحظ أنه لا يوجد تحليل لأي حد من حدود الكسور لذا فإن:

$$\frac{x}{2x+1} \times \frac{2x}{x+1} = \frac{(x)(2x)}{(2x+1)(x+1)} = \frac{2x^2}{(2x+1)(x+1)}$$

ضرب المقادير الجبرية

مثال بسط المقدار $\frac{x^2-16}{(x+4)^2} \times \frac{x+4}{x-4}$

نلاحظ ضرورة تحليل المقدارين $x^2 - 16$ و $(x + 4)^2$ قبل إجراء عملية الضرب.

$$\frac{x^2 - 16}{(x + 4)^2} \times \frac{x + 4}{x - 4} = \frac{\cancel{(x - 4)}(x + 4)}{\cancel{(x + 4)}(x + 4)} \times \frac{\cancel{x + 4}}{\cancel{x - 4}} = 1, \quad x \neq -4, 4$$

قسمة المقادير الجبرية الكسرية

$$\frac{x-2}{6} \div \frac{x-2}{x+2}$$

بسط المقدار

مثال

$$\frac{x-2}{6} \div \frac{x-2}{x+2} = \frac{x-2}{6} \times \frac{x+2}{x-2}$$

$$= \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{6\cancel{(x-2)}}, \quad x \neq 2$$

$$= \frac{x+2}{6}$$



2-4

تمارين الواجب للفصل الثاني



رقم التمرين	رقم الصفحة
3	120
5, 7	121
10	122
20	123

من كتاب مبادئ الرياضيات وتطبيقاتها في العلوم الإدارية والإنسانية الطبعة الحادية عشرة

