المذكرات الجديدة

تم تحديثها كل فصل دراسى حسب الخطة الجديدة

فيزياء 110

السنة التحضيرية

يوسف زويل
لتدريس طلاب المرحله الجامعية
★ 0557999301 ★

Ch-3

Ch-3

Types of Physical Quantities
انواع الكميات الفيزيائية

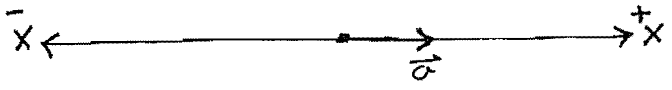
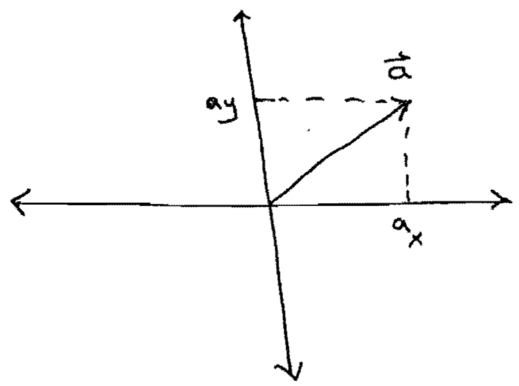
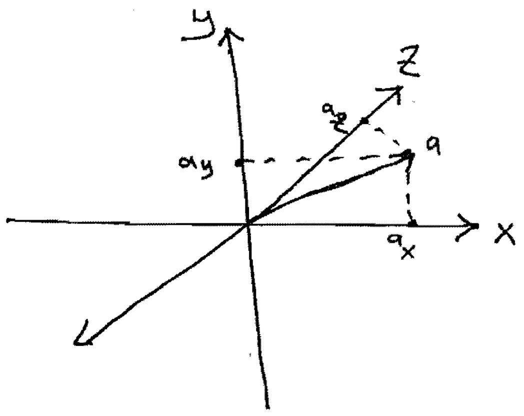
Vector quantities كميات متجهة	Scalar quantities كميات قياسية
* velocity * displacement سرعة/ازاحة	* work * length
* acceleration تسارع	* Energy * time
* force قوة	* power * mass
* momentum كمية حركة	* Area
* Impulse دفع – نبضة	* Volume
* Pressure ضغط	* density

** مصطلحات هامة:

Magnitude	المقدار او القيمة المطلقة (دائما موجب)
Sum	مجموع
The angle	الزاوية
x- component	المركبة -x (قيمة المتجه فى الاتجاه x)
Unit vector notation	علامات متجهات الوحدة (i , j , k)
Origin	مركز الاحداثيات (نقطة الاصل 0,0)
Coordinate system	نظام الاحداثيات (x,y,z)
horizontal component	المركبة الفقية (قيمة المتجه فى الاتجاه x)
vertical component	المركبة الراسية (قيمة المتجه فى الاتجاه y)
Direction	الا تجاه (يقصد الزاوية مع xالموجب عكس الساعة)
Vector product	الضرب الاتجاهى
Scalar product	الضرب القياسى

A vector of any Vector quantity متجه لأي كمية متجهة

<u> A vector is : المتجه(يعبر عن الكمية المتجهه فقط) قد يكون: **</u>**

	في بعد واحد x مثلاً (محور) In one dimension
	*في بعدين x, y (مستوي). * In tow dimensions
	في ثلاث أبعاد x, y, z (فراغ). In three dimensions

متجهات الوحدة Unit Vectors

k	j	i
متجه وحدة في الاتجاه z	متجه وحدة في الاتجاه y	متجه وحدة في الاتجاه x
{متجه الوحدة هو متجه طوله(مقداره) واحد}		

** ويكتب المتجه بدلالة هذه المتجهات كما يلي:

$$\overline{A}=a_x i+a_y j+a_z k$$

x- Component   y- Component   z- Component

تحليل المتجه في المستوى (x,y)

** إذا أعطى المتجه على صورة مقدار $|A|$ واتجاه θ فإننا نحلله في الاتجاهين المتعامدين x,y كما يلي:

$a_x = A \cos \theta$ horizontal component (المركبة الافقية)

$a_y = A \sin \theta$ vertical component (المركبة الراسية)

⇐ بشرط أن تكون θ هي الزاوية مع (+x) عكس عقارب الساعة Counterclockwise.

⇐ ويكون المتجه بعد ذلك بدلاله متجهات الوحدة هو: (by the unit vectors notation is)

$$A= a_x i + a_y j$$

مستوى اتجاهه عكس الساعة

(Ex-1)- A vector $\vec{A}$ in the xy plane if its direction is 230° counterclockwise

الاتجاه الموجب المحور x القيمة المطلقة

from the positive direction of the x axis and its magnitude is 7.3m.

المركبة x

(1) The x- component is

(a) -4.7 i (b) -4.7 (c) 2.3 i (d) -2.3

المركبة y

(2) The y- component is

(a) -5.6j (b) -5.6 (c) -4.2 j (d) -4.2

Solution

المطلوب هو المركبة (x) والمركبة (y)

$|\vec{A}| = 7.3$

$\theta = 230^\circ$

① $A_x = A\cos\theta$

$= 7.3\cos 230$

$= -4.7$

الجواب b

② $A_y = A\sin\theta$

$= 7.3\sin 230$

$= -5.6$

الجواب b

إيجاد مقدار واتجاه المتجه في الفراغ (ثلاث ابعاد)

The magnitude & direction

إذا أعطى المتجه على الشكل $A = a_x\, i + a_y\, j + a_z\, k$

فإن ١- المقدار (او القيمة المطلقة) $|A| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

٢-يحدد الاتجاه بزاويتين على الاقل من الزوايا الاتية-

الزاوية مع المحور x الموجب $\theta_x = \cos^{-1}\left(\frac{a_x}{|A|}\right)$

الزاوية مع المحور y الموجب $\theta_y = \cos^{-1}\left(\frac{a_y}{|A|}\right)$

الزاوية مع المحور z الموجب $\theta_z = \cos^{-1}\left(\frac{a_z}{|A|}\right)$

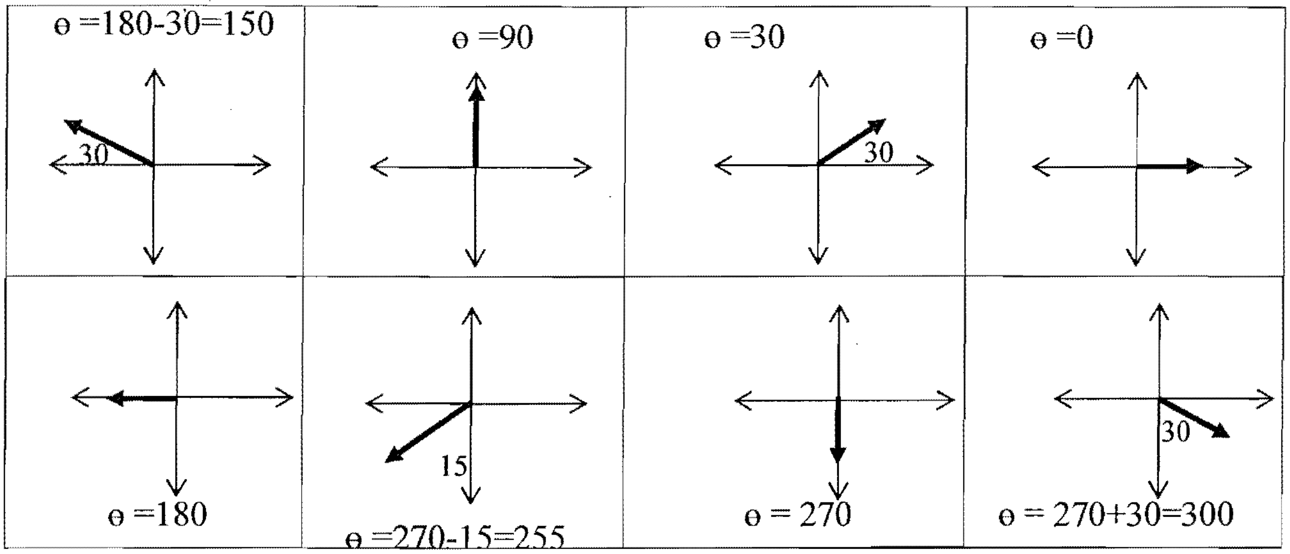
حيث

$|a_z| = A\cos\theta z$ $\qquad |a_y| = A\cos\theta y$ $\qquad |a_x| = A\cos\theta_x$

علاقة هامة $\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z = 1$

تحديد موضع (اتجاه- زاوية) المتجه في المستوى x, y

١-من الرسم المعطى



٢–من المتجه المعطى **$A=a_xi+a_yj$** (يوجد ثلاث خطوات)

ا–تحديد الربع من اشارات

الربع	الزوج المرتب (x,y)	اشارة a_x	اشارة a_y
الاول	$(+,+)$	+	+
الثانى	$(-,+)$	−	+
الثالث	$(-,-)$	−	−
الرابع	$(+,-)$	+	−

ب– تحديد الزاوية Φ حيث Φ هي الزاوية التي تنتج بالآلة الحاسبة باستخدام القانون.

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{A_x}\right)$$

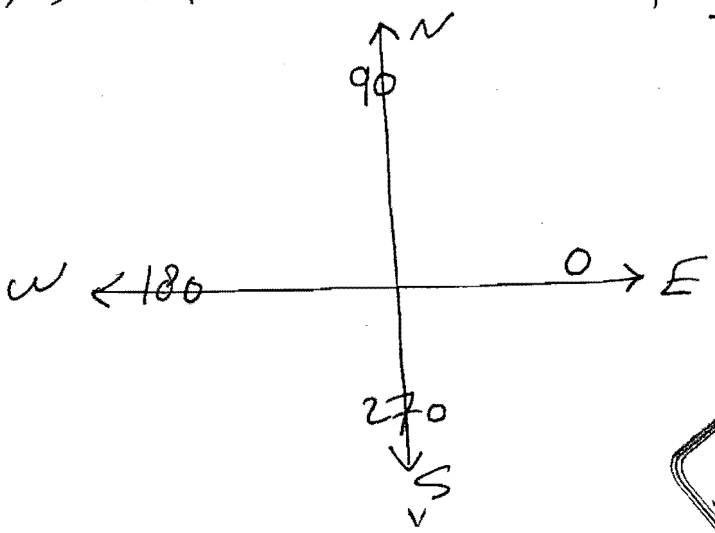
وتكون مع أقرب محور x حسب الربع الذي يقع فيه المتجه.

ج–تحديد الزاوية Θ Direction المحصورة بين المتجه و+ve-x عكس عقارب الساعة (وهي المطلوبه)

ويكون ذلك حسب الربع كما يلى

الربع من الفقرة (أ)	الزاوية Θ
الاول	$\Theta = 0 + \Phi$
الثانى	$\Theta = 180 - \Phi$
الثالث	$\Theta = 180 + \Phi$
الرابع	$\Theta = 360 - \Phi$

ملحوظه هام : العلاقة بين الاتجاهات الجغرافية والزوايا



(Ex-2)- The x component of vector $\vec{A}$ is -20m and the y component is +15m.

رموز متجهات الوحده

(1) Vector $\vec{A}$ by the unit vectors notation is

(a) -20i + 15j (b) 15i - 20j (c) 5i – 10j (d) 20i + 15j

المقدار

(2) The magnitude of $\vec{A}$ is

(a) -5 (b) 35 (c) 25 (d) 1.25

الزاويه بين اتجاه والمحور x الموجب

(3) The angle between the direction of $\vec{A}$ and the +ve –x- axis is:

(a) 37° (b) 143° (c) 120° (d) 215°

Solution

هنا نجد أنه المركبات x و y معطاه .

$$\left.\begin{aligned} A_x &= -20 \\ A_y &= 15 \end{aligned}\right\}$$

① $\vec{A} = -20\hat{i} + 15\hat{j}$

② $|\vec{A}| = \sqrt{(-20)^2 + (15)^2}$

$= 25$

③ لاحظ أن $A_x \ominus$ و $y \oplus$ فإن المتجه في الربع ②

$$\phi = \tan^{-1}\left|\frac{A_y}{A_x}\right| = \tan^{-1}\left(\frac{15}{20}\right) = 37^\circ$$

$$\theta = 180 - \phi = 180 - 37 = 143$$

لأن المتجه في الربع 2

جمع وطرح المتجهات

لايمكن جمع او طرح متجهين الا اذا كانا على الصورة

$\vec{A} = a_x i + a_y j + a_z k \quad , \qquad \vec{B} = b_x i + b_g j + b_z k$

ويكون الجمع او الطرح كما يلي

$\vec{A} \pm \vec{B} = (a_x \pm b_x) i + (a_y \pm b_y) j + (a_z \pm b_z) k$

ملحوظة $(\vec{A} - \vec{B}) = -(\vec{B} - \vec{A})$

(Ex-3)- Vector $\vec{A}$ has a magnitude of 3m and is directed east; vector $\vec{B}$ has a magnitude of 5m and directed 35° west of north.

(1) Vector $\vec{A}$ in unit-vector notation is

(a) 3i +0j + 0k (b) 3i – 2j + 0k (c) 0i + 3j + 0k (d) 5i – 2j + k

(2) Vector $\vec{B}$ in unit-vector notation is

(a)0.1i + 4.1j (b) -0.1i + 5j (c)-2.9i + 4.1j (d)-2.9i + 4.1j + k

(3) Vector $\vec{A}+\vec{B}$ is

(a) 0.1i + 4.1j (b) -0.1i + 4.1j (c) 2.5i + 0j (d) 0.1i-2.5j+k

(4) The magnitude and the direction of $\vec{A}+\vec{B}$ is

(a) 4.1, 88.6° (b) 7.2 , 325° (c) 5.5 , 325° (d) 13.5 , 34°

(5) Vector $\vec{A}$-$\vec{B}$ is

(a) 5.9i-4.1j (b) -5.9i+4.1j (c) 2.1i -2.5j (d) 5i – 2.5j

(6) The magnitude and the direction of A-B is

(a) 13, 34° (b) 7.2, 325° (c) 5.5, 325° (d) 13.5 , 34°

Solution

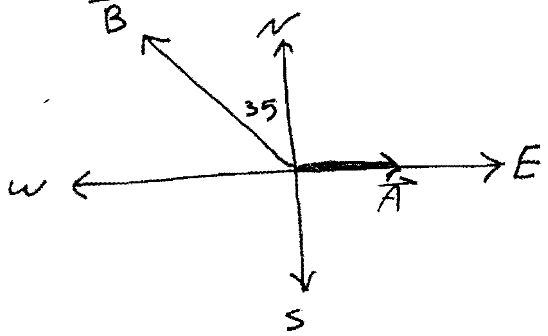
$A = 3$

$\theta = 0$

لانه يتجه نحو الشرق

$B = 5$

$\theta = 125°$



ولابد أولاً من إيجاد مركبات كل متجه

$A = 3$

$\theta = 0$

$A_x = A\cos\theta$

$= 3\cos 0 = 3$

$A_y = A\sin\theta$

$= 3\sin 0 = 0$

$B = 5$

$\theta = 125$

$B_x = B\cos\theta$

$= 5\cos 125 = -2.9$

$B_y = B\sin\theta$

$= 5\sin 125 = 4.1$

---

① $\vec{A} = 3i + 0j + 0k$

② $\vec{B} = -2.9i + 4.1j + 0k$

③ $\vec{A} + \vec{B} = 0.1i + 4.1j$

$|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{0.1^2 + 4.1^2} = 4.1$

④ $\phi_{A+B} = \tan^{-1}\left(\frac{4.1}{0.1}\right)$

$= 88.6$

$\theta = \phi$

وهي نفسها لأن المتجه $(\vec{A}+\vec{B})$ ضمن الربع 1

⑤ $\vec{A} - \vec{B} = 5.9i - 4.1j$

ضمن الربع الرابع

⑥ $|A-B| = \sqrt{(5.9)^2 + (-4.1)^2}$

$= 7.2$

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{4.1}{5.9}\right)$

$= 35^\circ$

$\theta = 360 - \phi \rightarrow$ [لأن المتجه ضمن الربع 4 ويعرف من اشارة x و y أو [illegible]]

$= 360 - 35 = 325^\circ$

مقدار   الشمال الغربي

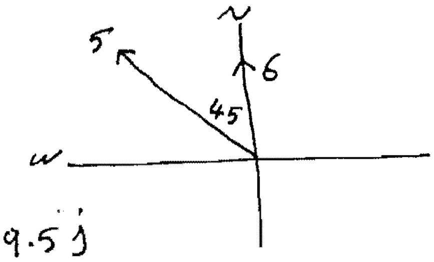
(Ex-4)- You drive 6km north and then 5km northwest. The magnitude of the

الإزاحة   المحصلة

resultant displacement is:

(a) 9.24km (b) 12.07km (c) 6.57km (d) 8.32km (e) 10.12km

Solution



$A = 6$, $\theta = 90$
$$\begin{cases} A_x = A\cos 90 = 0 \\ A_y = A\sin 90 = 6 \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{A} = 0i + 6j}$$

$B = 5$, $\theta = 135$
$$\begin{cases} B_x = B\cos\theta = 5\cos 135 = -3.5 \\ B_y = B\sin\theta = 5\sin 135 = 3.5 \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{B} = -3.5i + 3.5j}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = -3.5i + 9.5j$$

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(-3.5)^2 + (9.5)^2} = 10.12$$

(Ex-5)- Two vectors $\overline{A}$=xi+6j and $\overline{B}$=2i+yj. The values of x and y satisfying the

العلاقة   تحقق

relation $\overline{A}+\overline{B}$=4i+j are:

(a) (-1,-2) (b) (-3,2) (c) (2,-5) (d) (1,-4) (e) (0,-3)

Solution

$$\vec{A} = xi + 6j$$
$$\vec{B} = 2i + yj$$

من السؤال

$$\vec{A} + \vec{B} = (x+2)i + (6+y)j = 4i + 1j$$

$$\therefore x + 2 = 4 \Rightarrow x = 2$$
$$6 + y = 1 \Rightarrow y = -5$$

ملحوظة

اذا تساوى متجهان فإن

① معامل i = معامل i

② معامل j = معامل j

③ معامل k = معامل k

(Ex-6)- Two vectors are given as $\bar{a}$= i +2j+2k and $\bar{b}$=2i+4j+2k.

Vector $\bar{c}$ which satisfies the relation $\bar{a}-\bar{b}+\bar{c}$=3i is:

(a) i+3j (b) –i+5j (c) –i+j (d) 4i+2j (e) –i+2j

Solution

$\because \vec{a}-\vec{b}+\vec{c} = 3i$

$\therefore C = 3i-(\vec{a}-\vec{b})$

$= 3i-(-i-2j)$

$= 3i+i+2j$

$= 4i+2j$

$\vec{a} = i+2j+2K$

$\vec{b} = 2i+4j+2K$

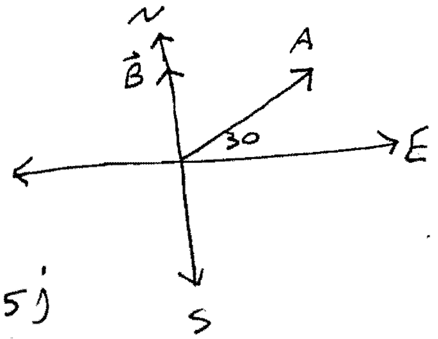
$\vec{a}-\vec{b} = -i-2j$

(Ex-7)- Vector $\vec{A}$ has a magnitude of 5.0m and is directed 30° north of east.

Vector $\vec{B}$ has a magnitude of 6.0m and is directed north.

The magnitude of $\vec{A}+\vec{B}$ is:

(a) 7.4m (b) 6.8m (c) 5.4m (d) 9.5m (e) 3.2m



Solution

نفس طريقة حل السؤال (4)

$A = 5$, $\theta = 30$: $A_x = 5\cos 30 = 4.3$, $A_y = 5\sin 30 = 2.5$

$\boxed{\vec{A} = 4.3i + 2.5j}$

$B = 6$, $\theta = 90$: $B_x = B\cos 90 = 0$, $B_y = 6\sin 90 = 6$

$\boxed{B = 0i + 6j}$

$\vec{A}+\vec{B} = 4.3i + 8.5j$

$|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{4.3^2 + 8.5^2}$

$= 9.5$

(Ex-8)- The angle between vector $\vec{D}$=2i+2j and the positive y-axis is:

(a) 63° (b) 19° (c) 30° (d) 45° (e) 11°

Solution

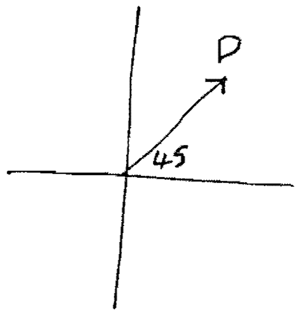
نلاحظ أن المتجه في الربع الأول ومركباته متساوية فزاوية 45°

الحل

$$\phi = \tan^{-1}\left|\frac{2}{2}\right| = 45$$

$$\theta = \phi$$

لأنه في الربع 1



(Ex-9)- Vector $\vec{C}$ starts at point (4, 1, 2) and ends at point (4, 3, 2). Its magnitude is:

(a) 5 (b) 6 (c) 2 (d) 8 (e) 4

Solution

$$\vec{C} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

$$= \sqrt{(4-4)^2 + (3-1)^2 + (2-2)^2} = 2$$

(Ex-10)- The sum of two vectors $\vec{A}+\vec{B}$ is 4i+j, and their difference $\vec{A}-\vec{B}$ is −2i+j, the magnitude of vector $\vec{A}$ is:

(a) 1.8 (b) 2.8 (c) 4.1 (d) 2 (e) 1.4

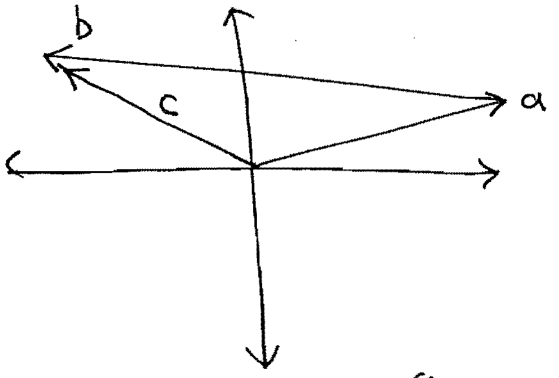
Solution

$$\vec{A}+\vec{B} = 4i + j$$
$$\vec{A}-\vec{B} = -2i + j$$

بالجمع

$$2\vec{A} = 2i + 2j$$
$$\vec{A} = i + j$$
$$|\vec{A}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} = 1.4$$

ملاحظة : اذا كان لدينا اتجاهات بالشكل



فإن

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$$
$$\Rightarrow \vec{b} = \vec{c} - \vec{a}$$

ويسمى هذا جمع المتجهات بيانيا (هندسيا)

Multiplying of vectors

ضرب المتجهات

(١) إذا كان لدينا $|B|$ و $|A|$ والزاوية بينهما Θ

فإن

الضرب القياسي The scalar product	الضرب الاتجاهي The vector product
$\vec{B}.\vec{A} = \lvert A\rvert\lvert B\rvert \cos\Theta$	$\lvert A \times B\rvert = \lvert A\rvert\lvert B\rvert \sin\theta$
* If $\Theta = 90$ $(A \perp B)$ then $\vec{A}.\vec{B} = 0$ * i.j = 0 * i.k = 0 * k .j = 0 * i.i = 1 * j.j = 1 * k . k = 1	* If $\Theta = 0$ (A//B) then $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ * i x i = 0 * j x j = 0 * k x k = 0 *i x j = k j x k = i k x i = j
$\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$	$(\vec{A} \times \vec{B}) = -(\vec{B} \times \vec{A})$ so j x i = - k

(Ex-11)- A vector $\vec{A}$ of magnitude 10 units and another vector $\vec{B}$ of magnitude 5 units differ in directions by 60°

(1) The scalar product of the two vectors is

(a) 13i (b) 15 (c) 25 (d) 25j

(2) The magnitude of the vector product $\vec{A} \times \vec{B}$ is

(a) 43.3 (b) 43.3k (c) 15.5i (d) 16.6

Solution

$A = 10$ $B = 5$ $\Theta = 60$

① $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\Theta$
$= 5 \times 10 \cos 60$
$= 25$

② $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB\sin\Theta$
$= 50 \sin 60$
$= 43.3$

(Ex-12)- The magnitude of vector $\vec{A}$ is 6m and vector $\vec{B}$ = 2i+j (m). If the angle between them is 30 their scalar product is:

(a) 11.6m^2 (b) 16.4m^2 (c) 2.24m^2 (d) 32.8m^2 (e) 9.8m^2

<u>Solution</u>

$A = 6$ $\vec{B} = 2i + j$ $\theta = 30$

$|\vec{B}| = \sqrt{5}$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$$
$$= 6\sqrt{5}\cos 30$$
$$= 11.6$$

(Ex-13)- For any two vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$, if $\vec{A} \times \vec{B}$=0 then the angle between them is:

(a) 60° (b) 90° (c) zero (d) 30° (e) 270°

<u>Solution</u>

ملحوظة هامة ① لأي متجهين متعامدين يكون $A \cdot B = 0$ أن الزاوية بينهما 90°

② لأي متجهين متوازيين يكون $A \times B = 0$ أن الزاوية بينهما 0

$\because \vec{A} \times \vec{B} = 0$ $\therefore \theta = 0$

متوازيان

(Ex-14)- The vectors A and B are in x-y plane. Their magnitude are 4.5 and 7.3 units, respectively whereas their direction are 320° and 85° measured counterclockwise from the positive x-axis. The A.B is:

(a) 3.45i-2.9j (b)-18.8 (c) 0.6i+7.3j (d) 2.2i-21j (e) 23.19 (f) 40

Solution

$A = 4.5$ $\qquad$ $B = 7.3$

$\theta = 320$ $\qquad$ $\theta = 85$

في حاله وجود زاويه لكل متجه فإن الزاويه التي بينهما هو ناتج طرح الزاويتين

$\theta = 320 - 85 = 235$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A\,B\cos\theta$$

$$= 4.5 \times 7.3 \times \cos 235 = -18.8$$

(Ex-15)- If $\bar{A}\,.\,\bar{B} = 0$ then the angle between vector $\bar{A}$ and vector $\bar{B}$ is:

(a) zero (b) 90° (c) 180° (d) 45° (e) 360°

Solution

كما في السؤال 13

$\because \vec{A}\cdot\vec{B} = 0$

$\therefore$ الزاويه بينهما 90° وهما متعامدات

** (٢) إذا كان لدينا

$\vec{A} = a_x i + a_y i + a_2 k$,　　　　$\vec{B} = b_x i + b_y j + b_2 k$

فإن

الضرب الاتجاهي يعطى متجه	الضرب القياسي يعطى عدد
$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$ $= (a_y b_z - a_z b_x)i + (a_z b_x - a_x b_z)j + (a_x b_y - a_y b_x)k$ $\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$	$\vec{A}.\vec{B} = (a_x b_x) + (a_y b_y) + (a_z b_z)$ وتكون أيضًا (الزاوية بين المتجهين) $\Theta = \cos^{-1}\left(\frac{A.B}{\lvert A\rvert \lvert B\rvert}\right)$ ** $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$

(Ex-16)- Given: A=2i – 4j + 5k and $\vec{B}$ = mi –9j + 2k

عمودى على

If A is normal to B then the m is

Solution

$\vec{A} = 2i - 4j + 5k$

$\vec{B} = mi - 9j + 2k$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = 2m + 36 + 10 = 0 \longleftarrow$ لانهما متعامدان $A\cdot B = 0$

$2m = -46 \Rightarrow m = -23$

(Ex-17)- A two vectors $\vec{A} = 3i - 7j$ and $\vec{B} = 2i + 3j - 2k$ define a plane the vector which perpendicular to the plane is

(a) $12i - 20j + k$ (b) $14i + 6k + 23k$

(c) $-14i - 6j + 23k$ (d) $5i - 2j + 13k$

ملحوظ هام

<u>Solution</u>

المتجه العمودي على متجهين هو حاصل الضرب الاتجاهي لهما ——

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -7 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{vmatrix} = [14 - 0]i + [0 - (-6)]j + [9 - (-14)]k$$

$$= 14i + 6j + 23k$$

(Ex-18)- From the relation $|\bar{c} \times \bar{d}| = \frac{2}{5}(\bar{c}.\bar{d})$. The angle between vectors $\bar{c}$ and $\bar{d}$ is equal to:

(a) 72.9° (b) 21.8° (c) 30° (d) 31.9° (e) 20.9°

<u>Solution</u>

اذا كان $A.B$ و $|A \times B|$ معطيات وكان المطلوب هو الزاوية بينهما يكون

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A \times B}{A \cdot B}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{|c \times d|}{c.d}\right]$$

$$= \tan^{-1}\frac{2}{5} = 21.8$$

ملحوظ هام: اذا كان $A.B = C.d$ فإن $\Leftarrow$ $\frac{A}{C} = \frac{d}{B}$

(Ex-20)- For A=3j-4k and B=-5j+4k B.A is:

(a) -31 (b) 31 (c) -31i (d) –i (e) -15i+16J

Solution

$$B = -5j + 4k$$

$$A = 3j - 4k$$

$$\vec{B}\cdot\vec{A} = -15 - 16 = -31$$

(Ex-21)- For A=i-2j-k and B=ai-j-2k the value of constant a such that A⊥B is:

(a) 0 (b) +4 (c) -41 (d) -4 (e) 4i

Solution

نفس طريقة السؤال رقم 16

$$A = i - 2j - k$$

$$B = ai - j - 2k$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = a + 2 + 2 = 0$$

حيث أن B⊥A يكون A·B=0

$$a + 4 = 0$$

$$\boxed{a = -4}$$

(Ex-22)- The vector perpendicular to vectors $\bar{A}$=2i+2k and $\bar{B}$=5i+6k is:

(a) 11i (b) -9k (c) -2j (d) 6i (e) 4k

<u>Solution</u>

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 0i - 2j + 0k = -2j$$

(Ex-23)- Three vectors $\overline{A}$ = i-2j+k $\overline{B}$ =5i+2j-6k and $\overline{C}$=2i+3j. The value of $(\bar{A}+\bar{B}) \cdot \bar{C}$ is:

(a) 18 (b) 12 (c) 14 (d) 7 (e) 15

<u>Solution</u>

$$\vec{A}+\vec{B} = 6i + 0j - 5k$$
$$C = 2i + 3j + 0k$$

$$(\vec{A}+\vec{B}) \cdot \vec{C} = 12 + 0 + 0 = 12$$

King Abdulaziz University/ Faculty of Science/ Physics Dept.

Student Name: **student NO.**

Quiz#2

Given the two vectors $\vec{A}=5\hat{i}+2\hat{j}+6\hat{k}$, $\vec{B}=\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$ and $\vec{C}=\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}$ find the following:

a) $\vec{A}+\vec{B}$ and $|\vec{A}+\vec{B}|$

b) $4\vec{A}-2\vec{B}$

c) $\vec{A}\cdot(\vec{C}+\vec{B})$

d) $\vec{A}\times\vec{C}$ and $|\vec{A}\times\vec{C}|$

e) The angle between $\vec{A}$ and $\vec{C}$

f) The angle between the vector $\vec{C}$ and the positive Y-axis?

(a) $\vec{A}+\vec{B}=6\hat{i}+5\hat{j}+11\hat{k}$, $|\vec{A}+\vec{B}|=\sqrt{36+25+121}=13.49$

(b) $4\vec{A}=20\hat{i}+8\hat{j}+24\hat{k}$, $2\vec{B}=2\hat{i}+6\hat{j}+10\hat{k}$, $4\vec{A}-2\vec{B}=18\hat{i}+2\hat{j}+14\hat{k}$

(c) $\vec{C}+\vec{B}=\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}+\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}=2\hat{i}+7\hat{j}+7\hat{k}$

$$\vec{A}\cdot(\vec{C}+\vec{B})=(5\hat{i}+2\hat{j}+6\hat{k})\cdot(2\hat{i}+7\hat{j}+7\hat{k})=10+14+42=66$$

(d) $$\vec{A}\times\vec{C}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 5 & 2 & 6\\ 1 & 4 & 2\end{vmatrix}=(4-24)\hat{i}+(6-10)\hat{j}+(20-2)\hat{k}=-20\hat{i}-4\hat{j}+18\hat{k}$$

$$|\vec{A}\times\vec{c}|=\sqrt{400+16+324}=27.2$$

(e) $\vec{A}\cdot\vec{C}=(5\hat{i}+2\hat{j}+6\hat{k})\cdot(\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k})=5+8+12=25$

$|A|=\sqrt{25+4+36}=8.06$, $|B|=\sqrt{1+16+4}=4.58$

$$\vec{A}\cdot\vec{C}=AC\cos\theta \longrightarrow 25=(36.9)\cos\theta$$

$\theta=\cos^{-1}(\frac{25}{36.9})=47.4°$ OR $|\vec{A}\times\vec{C}|=AC\sin\theta\rightarrow$ $\theta=\sin^{-1}(\frac{27.2}{36.9})=47.4°$

$|C|=\sqrt{1+16+4}=4.58$

(f) $\theta=\cos^{-1}(\frac{C_y\hat{j}}{C})=\cos^{-1}(\frac{4}{4.58})=29.1°$