CHAPTER(3) Vectors(المتجهات)

Physical Quantities (الكميات الفيزيائيه)

Vector quantities

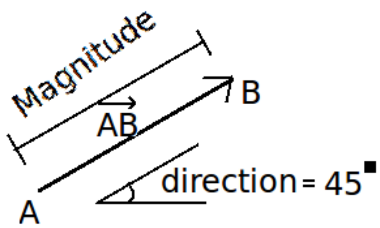
magnitude and direction

لها مقدار واتجاه

لها قواعد جمع وضرب خاصه بالمتجهات

Exp. Displacement, Velocity, Acceleration

ويمكن تمثيل المتجه بالرسم (مقدار واتجاه)



Scalar Quantities

Magnitude

لها مقدار فقط

تتبع قواعد الجمع والضرب العادي

Exp. Pressure , Temperature , Distance, speed etc.

The magnitude of a vector can be never negative

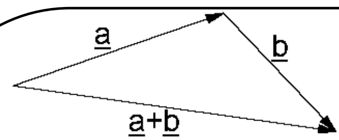
➔The magnitude is always positive

Magnitude	المقدار او القيمة المطلقة (دائما موجب)
Sum	مجموع
The angle	الزاوية
x- component	المركبة -x (قيمة المتجه في الاتجاه x)
Unit vector notation	متجهات الوحدة (i , j , k)
Origin	مركز الإحداثيات (نقطة الأصل (0,0
Coordinate system	نظام الإحداثيات (x, y, z)
horizontal component	المركبة الأفقية (قيمة المتجه في الاتجاه x)
vertical component	المركبة الراسية (قيمة المتجه في الاتجاه y)
Direction	الاتجاه (يقصد الزاوية مع x الموجب عكس الساعة)
Vector product	الضرب الاتجاهي
Scalar product	الضرب القياسي

Addition of vectors(جمع (طرح) المتجهات)

Adding Vectors Geometrically

جمع المتجهات هندسيا



vector sum: $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$

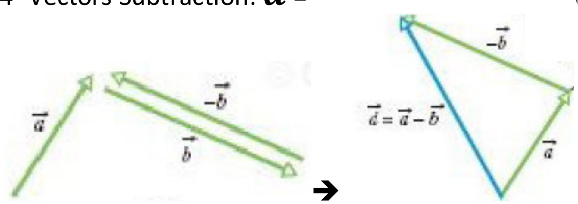
Properties of vector addition:

1- Commutative law: $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

2- Associative law: $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$

3- The negative vector of vector $\vec{A}$ is denoted by vector $-\vec{A}$ and is a vector with the same magnitude as of vector $\vec{A}$ But with exactly opposite direction.

4- Vectors Subtraction: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$



Adding Vectors Analytically

جمع المتجهات تحليليا

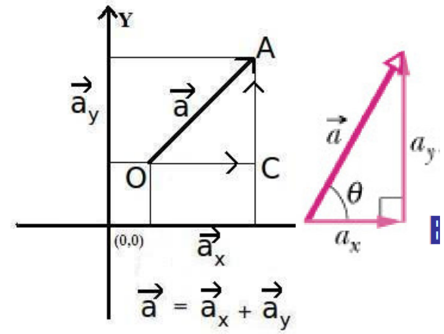
$\vec{r} = \vec{a} \pm \vec{b}$

$$
\begin{array}{cccccc}
\vec{a} & = a_x & i + a_y & j + a_z & k \\
\pm & \pm & \pm & \pm & \\
\vec{b} & = b_x & i + b_y & j + b_z & k \\
\hline
= & = & = & = & \\
\vec{r} & = r_x & i + r_y & j + r_z & k
\end{array}
$$

$$|r| = r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\frac{r_y}{r_x}$$

Vector addition	$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\,\hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y)\,\mathbf{j} + (A_z + B_z)\,\hat{k}$
Vector subtraction	$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x)\,\hat{\mathbf{i}} + (A_y - B_y)\,\mathbf{j} + (A_z - B_z)\,\hat{k}$

Components of a Two dimensional vector:



$\boldsymbol{a_x}$ and $\boldsymbol{a_y}$ are called the components of vector $\vec{\boldsymbol{a}}$

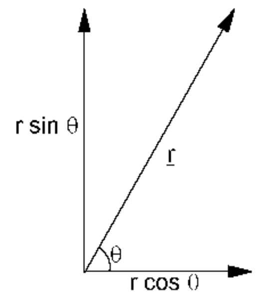
Resolving Vectorsتسمى عملية تحليل المتجه الى مركباته بـ

To resolve two dimensional vector:

x-component of vector $\vec{a}$

$\boldsymbol{a_x = a \cos\theta}$

a is the magnitude of vector $\vec{a}$(قيمة المتجه
θ is the angle made by the vector with x axes
(الزاوية المحصورة بين المتجه ومحور x الموجب)
$\boldsymbol{a_x}$ is a vector along x-axis



y-component of vector $\vec{a}$

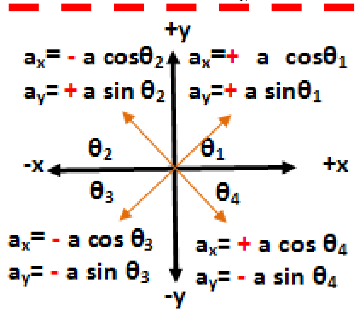
$\boldsymbol{a_y = a \sin\theta}$

a is the magnitude of vector $\vec{a}$(قيمة المتجه
θ is the angle made by the vector with x axes
(الزاوية المحصورة بين المتجه ومحور x الموجب)
$\boldsymbol{a_y}$ is a vector along y-axis

يراجع تحليل المركبات كما تم شرحه في المحاضرة

Unit vectors

Magnitude	direction
1	i ➔x-axis
1	j ➔y-axis
1	k ➔z-axis



ويمكن كتابة التحليل بصورة عامة كالتالي:

1- اختيار الزاوية الصغيرة والقريبة من محور x (الموجب أو السالب) مثل
$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$

2- كتابة التحليل العام حيث أن

$$a_x = a\cos\theta, \quad a_y = a\sin\theta$$

3- وضع أشارة المحاور للمركبات وذلك حسب موقع المتجه في أي ربع(كما في الشكل)

How to express vectors? كيف نعبر عن المتجهات

د.هناء فرحان

Unit vectors notation

$$\vec{a} = a_x\, i + a_y\, j$$

معطى في السؤال

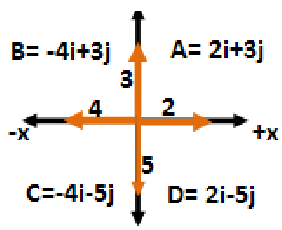
$a_x = +3 \quad a_y = -2$

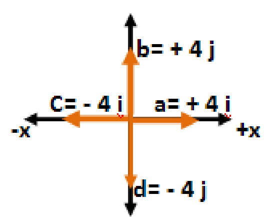
$\vec{a} = +3\, i - 2\, j$

$a_x = -4 \quad a_y = -1$

$\vec{a} = -4\, i - \, j$

من الرسم





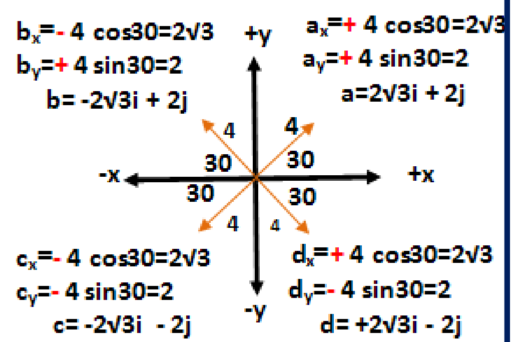
بإيجاد مركباته

إذا أعطى المتجه على صورة مقدار a واتجاه θ فإننا نحلله

$$a_x = a\, \cos\theta$$
$$a_y = a\, \sin\theta$$

ومن ثم يكتب المتجه بدلالة متجهات الوحدة:

$$\vec{a} = a\, \cos\theta\; i + a\, \sin\theta\; j$$
$$\vec{a} = a_x\, i + a_y\, j$$



Magnitude-angle notation

$$|a|, \theta$$

$$|a| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

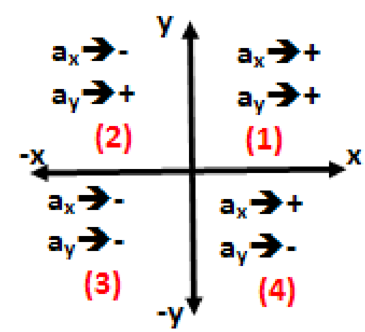
$$\theta = \tan^{-1}\frac{a_y}{a_x}$$

مع مراعاة وضع أشارة المركبات عند حساب الزاوية

$$\theta = \begin{bmatrix} + & counter\ clockwise \\ - & clockwise \end{bmatrix}$$

+عكس عقارب الساعة

- مع عقارب الساعة



Unit vectors

Magnitude	direction
1	i → x-axis
1	j → y-axis
1	k → z-axis

ضرب المتجهات Product of Vectors :

Vector * Scalar= Vector

$\vec{b} = n\vec{a}$

Exp. $\vec{a} = 3\,i + 4j$

$\vec{b} = 2\vec{a} = 6\,i + 8j$

$|b| = |2\vec{a}| = \sqrt{6^2 + 8^2}$

Vector . Vector =Scalar

Scalar (dot) Product

1- $\vec{a} \cdot \vec{b} = |a|.|b|\cos\phi$

2- $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

3- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

4- $i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$

المتجهان متشابهان=1

$i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0$

المتجهان مختلفان=0

5- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \rightarrow \phi = 90^0$

المتجهان متعامدان

$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \rightarrow \phi = 0$

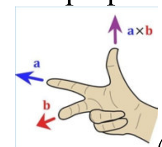
$\vec{a} \cdot \vec{b} = -ab \rightarrow \phi = 180$

Vector X Vector= Vector

Vector (cross) product

1- $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = |a|.|b|\sin\phi$

$\vec{c}$ is perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$



حدد الاتجاه باستخدام قاعدة اليد اليمنى

2- $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} +i & -j & +k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$

3- $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

4- $i \times i = j \times j = k \times k = 0$

المتجهان متشابهان=0

المتجهان مختلفان=المتجه الثالث والإشارة

تبع قاعدة اليد اليمنى

$i\,j\,k \rightarrow (+),\ k\,j\,i \rightarrow (-)$

Exp. $j \times k = +i,\ \ k \times j = -i$

5- $\phi = 0 \rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = 0$

المتجهان متوازيان

$\phi = 90^0 \rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|_{max} = |a|\,|b|$

المتجهان متعامدان