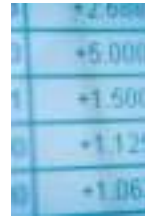


الباب الرابع: الارتباط والانحدار الخطي البسيط

Chapter 4: Correlation & Simple Linear Regression

سنتناول في هذا الفصل :

- (1) مفهوم الارتباط وأنواعه.
- (2) طرق حساب معاملات الارتباط المختلفة.
- (3) مفهوم الانحدار الخطي البسيط وتطبيقاته .



www.stat.kau.edu.sa

مقدمة عن الارتباط

تقابلنا كثيرا في الحياة العملية مواقف تتضمن متغيرين (ظاهرتين) وأكثر ويكون المطلوب معرفة ما إذا كان هناك علاقة بين هذه المتغيرات وما هو شكل هذه العلاقة ؟ وأيضا كيفية التنبؤ بأحد هذين المتغيرين في حالة معرفتنا بالمتغير الآخر .

فكثيرا ما تجددين في بعض المجالات معادلة الطول مع الوزن فإذا أردت أن تعرفي الوزن المثالي أدخلي طولك في المعادلة ليظهر وزنك المثالي , وقد توصلوا إلى هذه المعادلة أو إلى هذه الصيغة بدراسة العلاقة ما بين المتغيرين الطول والوزن على مجموعة من الأفراد.

www.stat.kau.edu.sa

الارتباط

- الارتباط : هو تعيين طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين أو عدمها
- معامل الارتباط هو مؤشر هذه العلاقة
- أول خطوه في تحديد طبيعته علاقته هي رسم شكل الانتشار
- إذا كان لدينا متغيران فقط . **المتغير X** وهو متغير يتم تحديده من قبل الباحث أو الشخص الذي يقوم بالدراسة وهو يسمى **بالمتغير المستقل**
Independent variable
- يرافق المتغير **X** متغير آخر **Y** ويسمى **بالمتغير التابع** dependent variable وهو متغير عشوائي لأن نتيجته غير محددة وتعتمد على قيم المتغير المستقل

www.stat.kau.edu.sa

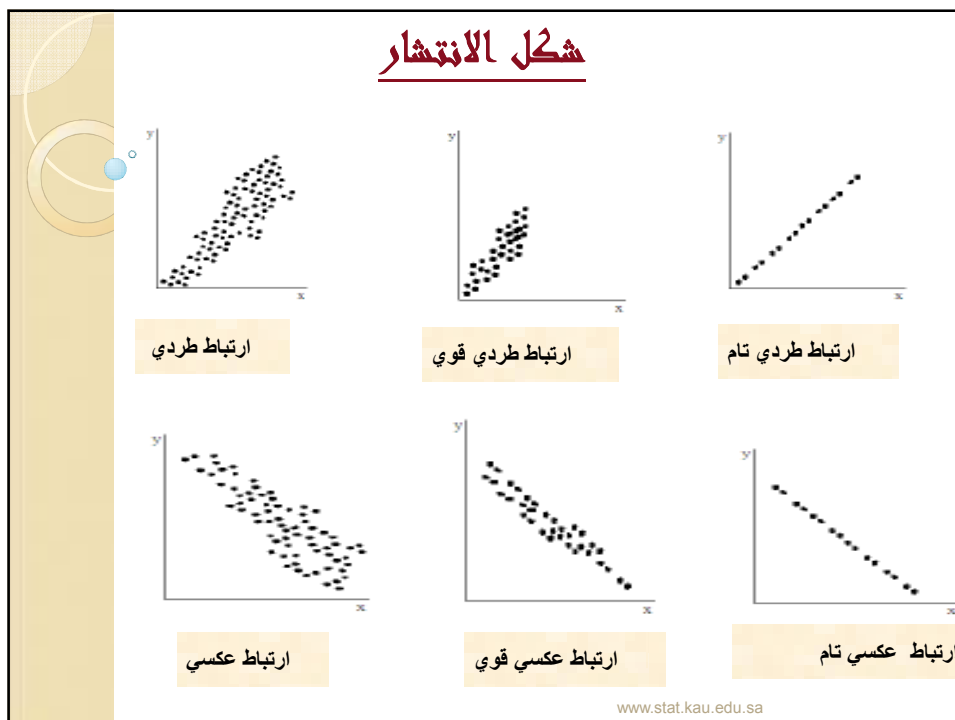
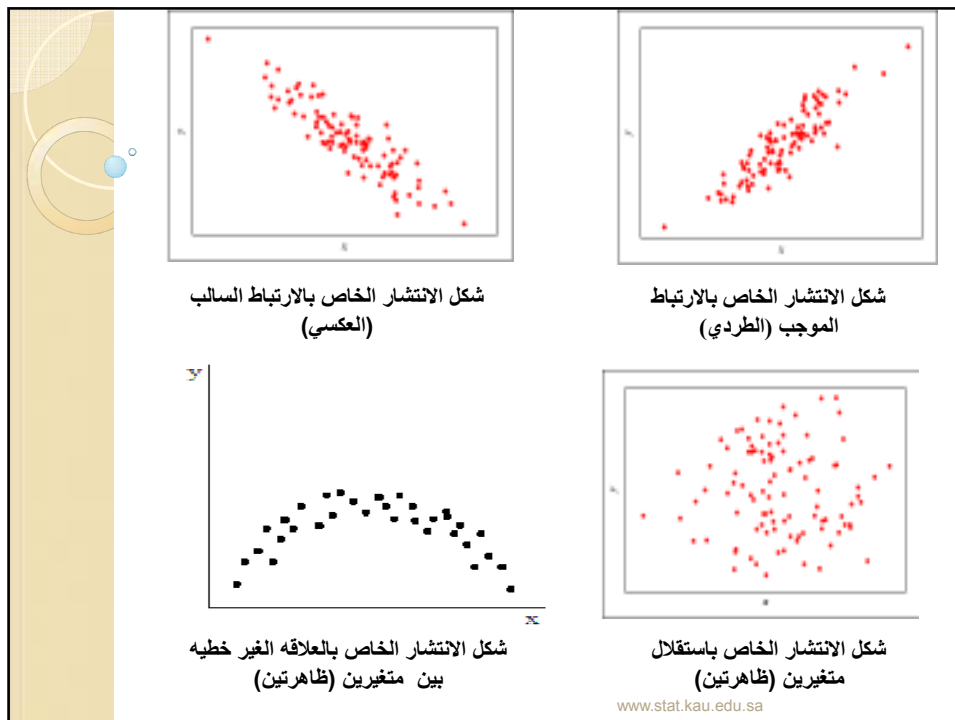
الارتباط

أنواع الارتباط

الارتباط السالب (العكسي) (Negative Correlation)
بأنه علاقة بين متغيرين (x, y) بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في الاتجاه المضاد.

الارتباط الموجب (الطردي) (Positive Correlation)
بأنه علاقة بين متغيرين (x, y) بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في نفس الاتجاه..

www.stat.kau.edu.sa



قياس الارتباط

- تستخدم معاملات الارتباط لقياس درجة الارتباط بين متغيرين (ظاهرتين).
- **تعريف معامل الارتباط :**
يعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r بأنه عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين , حيث تتراوح قيمته بين $-1 \leq r \leq +1$, أي أن $(+1)$ و (-1) وتدل إشارة المعامل الموجبة على العلاقة الطردية , بينما تدل إشارة المعامل السالبة على العلاقة العكسية .
- يمكن حساب العديد من معاملات الارتباط ويعتمد ذلك على مستوى القياس (اسمي - ترتيبي - فترة - نسبي) للمتغيرات التي تبدو مرتبطة .

www.stat.kau.edu.sa

قياس الارتباط

والجدول التالي يوضح أنواع الارتباط واتجاه العلاقة وحمل الانتشار لكل نوع :

القيمة معامل الارتباط	المعنى
$+1$	ارتباط طردي تام
من 0.70 إلى 0.99	ارتباط طردي قوي
من 0.50 إلى 0.69	ارتباط طردي متوسط
من 0.01 إلى 0.49	ارتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط

وما قيل عن الارتباط الطردي ينطبق على الارتباط العكسي (مع وضع إشارة سالبة)

www.stat.kau.edu.sa

1 - معامل بيرسون للارتباط الخطي

- معامل بيرسون للارتباط الخطي من أكثر معاملات الارتباط استخداماً خاصة في العلوم الإنسانية و الاجتماعية .
- و مستوى القياس المطلوب عند تطبيق معامل بيرسون للارتباط هو أن يكون كلا المتغيرين مقياس فترة أو نسبي أو بمعنى آخر أن تكون بيانات كلا المتغيرين (الظاهرين) بيانات كمية .

www.stat.kau.edu.sa

1 - معامل بيرسون للارتباط الخطي

- حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي :

يمكن حساب معامل بيرسون بدلالة القراءات لبيانات المتغيرين X و Y , باستخدام الصيغة التالية:

$$r_p = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

حيث :

$\sum_{i=1}^n x_i y_i$: مجموع حاصل ضرب x في y

$\sum x$: مجموع قيم المتغير x

$\sum y$: مجموع قيم المتغير y

$\sum x^2$: مجموع مربعات قيم المتغير x

$\sum y^2$: مجموع مربعات قيم المتغير y

www.stat.kau.edu.sa

• مثال (4 - 1): ص 121

سُجلت ست قراءات تقريبية لحجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام بالمملكة العربية السعودية (بالمليار برميل) خلال عدة سنوات كما يلي:

سنة	حجم الإنتاج (مليار برميل)	حجم الصادرات (مليار برميل)
1	3	2
2	4	2
3	2	2
4	2	1
5	2	1
6	2	1

ادرس وجود علاقة ارتباط خطية بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام.

• الحل :

$$r_p = \frac{6(24) - (15)(9)}{\sqrt{((6 \times 41) - 15^2)((6 \times 15) - 9^2)}} = \frac{144 - 135}{\sqrt{(246 - 225)(90 - 81)}} = \frac{9}{\sqrt{189}} = \frac{9}{13.75} = 0.65$$

x	y	xy	x ²	y ²
3	2	6	9	4
4	2	8	16	4
2	2	4	4	4
2	1	2	4	1
2	1	2	4	1
2	1	2	4	1
Σ 15	9	24	41	15
= Σx = Σy = Σxy = Σx ² = Σy ²				

من الملاحظ أن علاقة الارتباط الخطي بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام علاقة طردية متوسطة.

www.stat.kau.edu.sa

X	Y	XY	X ²	Y ²

www.stat.kau.edu.sa

• مثال (4 - 2) : ص 122

لدراسة علاقة الصادرات بالميزان التجاري خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية لقيمة صادرات المملكة العربية السعودية (x) وقيمة الميزان التجاري (y) بعشرات المليارات ريال كما يلي:

x	1	3	8	7	6	5	7	8	12	12
y	9	11	17	18	19	16	16	19	23	23

احسب معامل الارتباط الخطي، ما مدى قوة العلاقة الخطية؟

• الحل :

$$r_p = \frac{10(1314) - (171)(69)}{\sqrt{((10 \times 3107) - 171^2)((10 \times 585) - 69^2)}} = \frac{13140 - 11799}{\sqrt{(31070 - 29241)(5850 - 4761)}} = \frac{1341}{\sqrt{18291089}} = \frac{1341}{1411.30} = 0.95$$

x	y	xy	x^2	y^2
9	1	9	81	1
11	3	33	121	9
17	8	136	289	64
18	7	126	324	49
19	6	114	361	36
16	5	80	256	25
16	7	112	256	49
19	8	152	361	64
23	12	276	529	144
23	12	276	529	144
Σ	171	69	1314	585
$= \Sigma x = \Sigma y = \Sigma xy = \Sigma x^2 = \Sigma y^2$				

من الملاحظ أن علاقة الارتباط الخطي بين قيمة صادرات المملكة العربية السعودية وقيمة الميزان التجاري موجودة وهي علاقة ارتباط طردية قوية.

www.stat.kau.edu.sa

x	y	xy	x ²	y ²

www.stat.kau.edu.sa

ملاحظه هامة

• إذا كانت قيمة معامل بيرسون تساوي صفراً لا يعني بالضرورة عدم وجود ارتباط بين المتغيرين ولكن قد يوجد ارتباط غير خطي. على سبيل المثال عند دراسة العلاقة بين القلق (Anxiety) مع الإنجاز (Performance) نجد أنها علاقة غير خطية. فمع زيادة قلق الشخص يزداد اهتمامه بإنجاز العمل وحتى مرحلة معينة نجد أن زيادة القلق تصاحبها قلة الإنجاز. في الواقع يكون القلق مصاحباً بقلة الإنجاز، لذلك ففي هذه الحالة معامل بيرسون للارتباط ليس مناسباً لوصف علاقة منحنية. وإذا استخدم معامل بيرسون لوصف مثل هذه البيانات فإن النتيجة هي بخس للعلاقة الحقيقية بين المتغيرين. وبذلك يتضح عملياً فائدة شكل الانتشار قبل الشروع في حساب معامل بيرسون للارتباط.

www.stat.kau.edu.sa

2 - معامل سبيرمان لارتباط الرتبة

- نستخدم معامل سبيرمان لارتباط الرتب
- (Rank Correlation coefficient) إذا كان قياس المتغيرين كليهما مقياس ترتيبي أو اسمي
- طريقة حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب :
- إذا فرضنا أن المتغير X له الرتب R_x وأن المتغير Y له الرتب R_y . وبفرض
- أن d ترمز لفرق الرتبتين، بمعنى $d = R_x - R_y$. فإن معامل سبيرمان لارتباط الرتب يُعطى بالصيغة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث n هي عدد الأزواج المرتبة .

www.stat.kau.edu.sa

• مثال (4 - 4) : ص 125

- لدراسة علاقة ارتباط تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات، اخترنا ثمان طلاب وكانت تقديراتهم كما يلي :

تقديرات الإحصاء (x)	F	A	C	D	B
تقديرات الرياضيات (y)	D	C	B	F	A

هل توجد علاقة ارتباط؟ ما نوعها ومدى قوتها؟

• الحل:

x	y	رتب x	رتب y	d	d ²
F	D	1	2	-1	1
A	C	5	3	2	4
C	B	3	4	-1	1
D	F	2	1	1	1
B	A	4	5	-1	1
Σ				0	8
				Σd	Σd^2

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{(6)(8)}{5(25 - 1)} = 1 - \frac{48}{120} = 1 - 0.4 = 0.6$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط **طردية متوسطة** بين تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات.

x	y	رتب x	رتب y	d	d ²

• مثال (4 - 5) : ص 126

- في دراسة لمعرفة العلاقة بين عدد الحقول المكتشفة وطول الأتابيب (بالكيلومتر) الناقلة للنفط الخام بالمملكة العربية السعودية خلال عدة سنوات، سجلت سبع قراءات على النحو التالي:

عدد الحقول (x)	67	63	62	61	56	54	55
طول الأتابيب (y)	23120	23125	23020	23008	23006	22027	21960

هل توجد علاقة ارتباط بين عدد الحقول وطول الأتابيب؟

الحل:

x	y	رتب x	رتب y	d	d ²
55	21960	2	1	1	1
54	22027	1	2	-1	1
56	23006	3	3	0	0
61	23008	4	4	0	0
62	23020	5	5	0	0
63	23125	6	7	-1	1
67	23120	7	6	1	1
Σ				0.0	4

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{(6)(4)}{7(49 - 1)} = 1 - \frac{24}{336} = 1 - 0.07 = 0.93$$

نلاحظ وجود **علاقة ارتباط طردية قوية** بين عدد الحقول المكتشفة وطول الأتابيب الناقلة للنفط الخام، علماً بأننا استخدمنا معامل ارتباط سبيرمان (الرتب) لوجود أرقام كبيرة في أحد المتغيرين.

www.stat.kau.edu.sa

x	y	رتب x	رتب y	d	d ²

www.stat.kau.edu.sa

• مثال (4 - 6) : ص 127

عند تقييم مجموعة من النافدين الرياضيين لعدد 10 من اللاعبين تبعاً للحمل التدريبي قبل المسابقة وترتيب هؤلاء اللاعبين بعد المسابقة كان الترتيب التالي :



فاحسب معامل الارتباط لدراسة العلاقة بين الحمل التدريبي والترتيب النهائي.

• الحل:

اللاعب	الترتيب قبل المسابقة (R1)	الترتيب بعد المسابقة (R2)	d = R1 - R2	d ²
A	3	4	-1	1
B	4	6	-2	4
C	10	10	0	0
D	3	3	0	0
E	8	9	-1	1
F	7	6	-1	1
G	4	3	-1	1
H	1	1	0	0
I	4	3	-1	1
J	7	9	-2	4
Σ d² = 16				

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{(6)(16)}{10(99)} = 1 - \frac{60}{990} = 1 - 0.06 = 0.94$$

هذا الارتباط **طردى قوي**، بمعنى أنه كلما زاد الحمل التدريبي كلما تم الحصول على ترتيب متقدم.

www.stat.kau.edu.sa

اللاعب	رتب X	رتب Y	d	d ²

www.stat.kau.edu.sa

3 - معامل الارتباط (فاي)

- معامل ارتباط "فاي" يستخدم لقياس العلاقة بين متغيرين اسميين كل منهما ثنائي التقسيم، كالنوع (ذكر/أنثى) والإصابة بالمرض (مصاب/غير مصاب) والتدخين (مدخن/غير مدخن)... الخ.

	X_1	X_2	المجموع
Y_1	a	b	a+b
Y_2	c	d	c+d
المجموع	a+c	b+d	

معامل فاي للارتباط يعطى في الصورة التالية :

$$r_{\phi} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

www.stat.kau.edu.sa

مثال (4-7) : ص 128

أوجد قيمة معامل الارتباط بين النوع x (ذكر/ أنثى) والإصابة بمرض الاكتئاب Y (مصاب/ غير مصاب) حسب البيانات التالية :

الاكتئاب \ النوع	مصاب	غير مصاب
ذكر	12	8
أنثى	4	6

الحل :

نوجد أولاً المجاميع الهامشية كما في الجدول التالي :

الاكتئاب \ النوع	مصاب	غير مصاب	المجموع
ذكر	12	8	20
أنثى	4	6	10
المجموع	16	14	30

وعليه فإن :

$$a = 12$$

$$b = 8$$

$$c = 4$$

$$d = 6$$

$$r_{\phi} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} = \frac{12 \times 6 - 8 \times 4}{\sqrt{20 \times 10 \times 16 \times 14}}$$

$$= \frac{72 - 32}{\sqrt{44800}} = \frac{40}{211.66} \approx 0.19$$

أي أنه توجد علاقة **ضعيفة** بين النوع والإصابة بمرض الاكتئاب .

www.stat.kau.edu.sa

4 - معامل بوينت بايسيرال الارتباط

معامل بوينت بايسيرال

(Point Biserial correlation coefficient)

يستخدم لقياس علاقة الارتباط بين متغير كمي X ومتغير اسمي Y (ذي مستويين) كالإجابة (نعم - لا)، أو الجنس (ذكر أنثى)... الخ، ويستخدم لقياس علاقة الارتباط بين متغير كمي ومتغير اسمي..

www.stat.kau.edu.sa

ملاحظات هامة :

- ومما سبق يتضح أن معامل ارتباط الرتب يمكن حسابه سواءً أكانت البيانات كمية أو وصفية بينما معامل الارتباط (بيرسون) لا يمكن حسابه إلا على المتغيرات الكمية.
- يتميز معامل سبيرمان لارتباط الرتب بسهولة حسابه حتى لو كانت البيانات غير مرتبة.
- يعاب عليه إهماله لفروق الأعداد عند حساب الرتب وبالتالي فهو أقل دقة.
- يصعب حسابه للمتغيرات العادية إذا كانت كبيرة العدد، ولذلك يفضل استخدامه لتحديد درجة ارتباط بيانات كمية عددها أقل من 30

www.stat.kau.edu.sa

الانحدار

1. التنبؤ هو تقدير القيمة المستقبلية لمتغير واحد بناءً على معرفة قيم متغير آخر و يفيدنا في:

- تحديد شكل العلاقة بين المتغيرين رياضياً وبيانياً (خط الانحدار).
- توضيح اتجاه العلاقة بين المتغيرين .
- التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بدلالة المتغير الآخر .

www.stat.kau.edu.sa

الانحدار

- والانحدار هو أسلوب يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر عن طريق معادلة الانحدار، وله أنواع :
- الانحدار الخطي البسيط : فكلمة " بسيط " تعني أن المتغير التابع Y يعتمد على متغير مستقل واحد وهو X وكلمة " خطي " تعني أن العلاقة بين المتغيرين (X, Y) علاقة خطية .
- الانحدار المتعدد : إذا كان المتغير Y يعتمد على أكثر من متغير مستقل .
- الانحدار غير الخطي : إذا كانت العلاقة بين المتغير Y والمتغيرات المستقلة غير خطية كان تكون من الدرجة الثانية أو أسية.

www.stat.kau.edu.sa

الانحدار الخطي البسيط

- بعد تمثيل الأزواج المرتبة بالمستوى نحصل على شكل الانتشار فإذا أظهر الشكل الانتشاري للبيانات أن هناك علاقة خطية بين المتغيرين نقوم بتقدير خط الانحدار Y على X بواسطة العلاقة:

$$\hat{y} = a + bx$$

- حيث a : ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور y
- b : ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار Y على X (أو Y/X)
- وتحسب القيمتان a و b من العلاقتين التاليتين :
حيث:

$$b = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \quad a = \frac{\sum y - b \sum x}{n}$$

www.stat.kau.edu.sa

الانحدار الخطي البسيط

- لإيجاد قيمة مقدرة جديدة \hat{y}_h نعوض بقيمة معلومة للمتغير المستقل ولنكن x_h في معادلة تقدير خط الانحدار Y/X

$$\hat{y} = a + bx$$

نعوض

www.stat.kau.edu.sa

الانحدار الخطي البسيط

• ملاحظات هامة :

❖ ميل الخط يمثل كمية التغير في Y المناظرة للتغير في X بمقدار وحدة واحدة .

❖ إشارة معامل الانحدار تدل على نوع الارتباط (طردي أو عكسي)

❖ توجد علاقة بين معامل الانحدار ومعامل الارتباط الخطي

www.stat.kau.edu.sa

• مثال (4 - 8) : ص 132

لدراسة علاقة الاستهلاك المحلي (y) بالإنتاج (x) لمادة الإسفلت (بالمليون برميل) خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية كما يلي :

y	6	8	9	8	7	6	5	6	5	5
x	10	13	15	14	9	7	6	6	5	5

أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط، وتوقع قيمة الاستهلاك عندما يصل إنتاج 16,000,000 برميل .

• الحل :

$$b = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{6320 - (90)(65)}{9420 - 90^2} = \frac{6320 - 5850}{9420 - 8100} = \frac{470}{1320} = 0.36$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n} = \frac{65 - (0.36 \times 90)}{10} = 3.26$$

	x	y	xy	x^2
	10	6	60	100
	13	8	104	169
	15	9	135	225
	14	8	112	196
	9	7	63	81
	7	6	42	49
	6	5	30	36
	6	6	36	36
	5	5	25	25
	5	5	25	25
Σ	90	65	632	942
	$-\Sigma x$	$-\Sigma y$	$-\Sigma xy$	$-\Sigma x^2$

∴ معادلة خط الانحدار البسيط في هذه الحالة : $\hat{y} = 3.26 + 0.36x$

www.stat.kau.edu.sa

X	Y	XY	X ²		

www.stat.kau.edu.sa

تابع حل مثال (4 - 8)

- ولتوقع قيمة الاستهلاك المحلي عندما يصل الإنتاج **16000000 برميل**، نحول وحدة هذه القيمة من برميل إلى مليون برميل بالقسمة على مليون أي أن القيمة المستخدمة في توقع الاستهلاك هي $x_h = 16$
- وبالتعويض في المعادلة السابقة نجد أن:

$$\begin{aligned}\hat{y}_h &= a + bx_h \\ &= 3.26 + 0.36(16) = 9.02\end{aligned}$$

أي أن الاستهلاك قد يصل إلى **9.02 مليون برميل**، أي ما يعادل **9020000 برميل** خلال السنة.

www.stat.kau.edu.sa

4 - 4 - 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية

أسلوب السلاسل الزمنية

يتم رصد البيانات التي تعبر عن ظاهرة ما عند نقاط زمنية متتالية.

أمثلة:

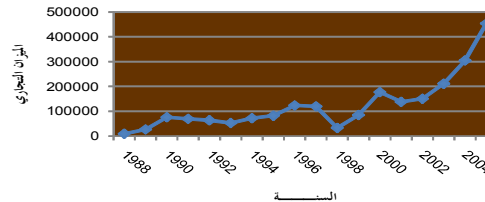
- كمية الصادرات السنوية
- حجم التعاملات الربع السنوي في البورصة
- عدد الجرائم اليومية في إحدى البلاد

www.stat.kau.edu.sa

4 - 4 - 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية

شكل السلسلة الزمنية

يعتبر شكل السلسلة الزمنية من أبرز الأشكال المستخدمة في كثير من المجالات العلمية والاقتصادية والاجتماعية، حيث تتميز بعض الظواهر بالتطور خلال الزمن، مثل أسواق البورصة والأسهم، وسعر النفط. تطور أعداد المعتمرين والحجاج في موسمي رمضان والحج والنمو السكاني السنوي. فيما يلي مجموعة من أشكال السلاسل الزمنية لبعض الظواهر من واقع الحياة:



www.stat.kau.edu.sa

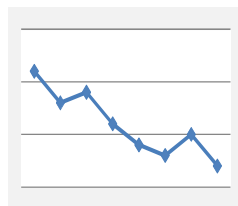
4 - 4 - 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية

يستخدم شكل السلسلة الزمنية للتعرف على مكونات السلاسل الزمنية والتي تتمحور في أربع مكونات:

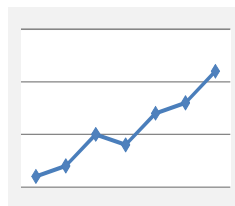
- **الاتجاه العام:** وهو اتجاه التطور الذي تأخذه السلسلة الزمنية خلال فترة طويلة من الزمن بالرغم من التذبذبات الموجودة بها، ويكون التطور إما بالزيادة أو بالنقصان، وبعض السلاسل لا يوجد لها اتجاه.
- **التغيرات الموسمية:** وهي التغيرات التي تتكرر بانتظام خلال فترة زمنية أقل من السنة، عادة في المواسم.
- **التغيرات الدورية:** وهي التغيرات التي تحدث في فترات زمنية أكثر من سنة وعادة كل خمس أو عشر سنوات.
- **التغيرات العرضية:** وهي التغيرات التي تحدث نتيجة حوادث فجائية غير متوقعة مثل الفيضانات والأعاصير والحروب... الخ.

www.stat.kau.edu.sa

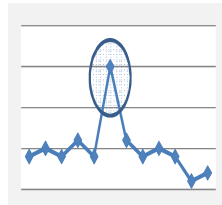
4 - 4 - 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية



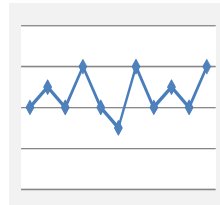
سلسلة ذات اتجاه عام بالنقصان



سلسلة ذات اتجاه عام بالزيادة



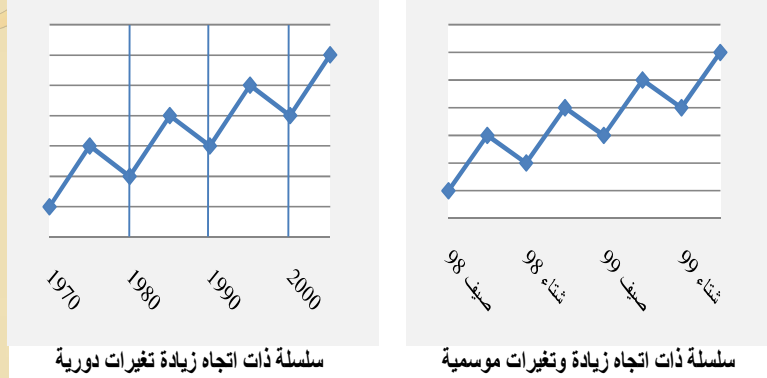
سلسلة ذات عامل عرضي



سلسلة ليس لها اتجاه عام

www.stat.kau.edu.sa

4 - 4 - 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية



www.stat.kau.edu.sa

4 - 4 - 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية

- يتطلب تحليل السلاسل الزمنية عادة تحليل المكونات الأربعة ولكن قد تخلو السلاسل الزمنية من التغيرات الموسمية والدورية والعرضية، ويبقى تعيين الاتجاه العام .
- يختلف شكل الاتجاه العام في السلاسل الزمنية حسب طبيعة البيانات، وأحد أنواع الاتجاه العام هو الاتجاه الخطي .
- أحد طرق تعيين الاتجاه العام الخطي هو استخدام أسلوب الانحدار الخطي البسيط، باعتبار أن الزمن (السنوات، الشهور،... الخ) متغير مستقل X ، والمتغير التابع Y هو الظاهرة محل الدراسة.
- ملاحظات:
- تعيين للمتغير المستقل القيم $x = 0, 1, 2, \dots$ لتمثل وحدة الزمن.
- تدل إشارة معامل الانحدار b على نوع الاتجاه العام .

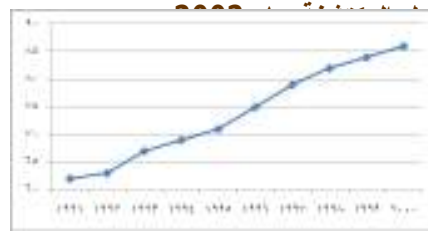
www.stat.kau.edu.sa

• مثال (4 - 9) : ص 133

البيانات التالية تمثل عدد الحقول المكتشفة (Y) خلال الأعوام 1991م إلى 2000م :

السنة	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
y	62	63	67	69	70	75	79	82	84	86

حدد نوع الاتجاه العام، ثم قدر معادلة الاتجاه العام الخطي،



ثم توقع عدد الحقول المكتشفة في 2001م.
• الحل:

بدل الاتجاه العام على الزيادة في قيمة عدد الحقول المكتشفة.

• تابع حل المثال (4-9) : ص 133

• تقدير معادلة الاتجاه العام الخطي ، وحساب التوقع

$$b = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)}} = \frac{35530 - (45)(737)}{2850 - 45^2} = \frac{2365}{825} = 2.87$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n} = \frac{737 - (2.87 \times 45)}{10} = 60.79$$

السنة	x	y	xy	x ²
1991	0	62	0	0
1992	1	63	63	1
1993	2	67	134	4
1994	3	69	207	9
1995	4	70	280	16
1996	5	75	375	25
1997	6	79	474	36
1998	7	82	574	49
1999	8	84	672	64
2000	9	86	774	81
Σ	45	737	3553	285
	Σ x	Σ y	Σ xy	Σ x ²

$$\hat{y} = 60.79 + 2.87x$$

∴ معادلة الاتجاه العام الخطي في هذه المثال

السنة	X	Y	XY	X ²

www.stat.kau.edu.sa

تابع حل المثال (4-9) : ص 133
تقدير معادلة الاتجاه العام الخطي ، وحساب التوقع

- ولتوقع عدد الحقول المتوقع اكتشافها عام 2002م نعوض بقيمة تدل على هذا الزمن؛ حيث أن 2000م ← $x = 9$
إذن 2002م $x_h = 11$
- وبالتعويض في معادلة الاتجاه العام نجد أن:

$$\begin{aligned}\hat{y}_h &= 60.79 + 2.87x_h \\ &= 60.79 + 2.87(11) = 92.36 \approx 92 \text{ حقل}\end{aligned}$$

www.stat.kau.edu.sa

اختبار ذاتي

3-6-1 اختاري الإجابة المناسبة للفقرات التالية :

1- العلاقة بين متغيرين (x,y) بحيث إذا تغير أحد المتغير فإن الآخر يتبعه في نفس الاتجاه هي علاقة

A. إرتباط طردى (إرتباط سالب)	B. إرتباط عكسي (إرتباط سالب)	C. إرتباط طردى (إرتباط موجب)	D. إرتباط عكسي (إرتباط موجب)
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------

2- تتراوح قيمة معامل الارتباط (r) بين

A. $-1 \leq r \leq 1$	B. $-1 \leq r \leq 2$	C. $-2 \leq r \leq 1$	D. $-2 \leq r \leq 2$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

3- لدراسة العلاقة الارتباط بين التدخين والتعليم عند الشباب أخذنا عينة من ألف شاب وقسمناهم حسب التدخين (مدخن أو غير مدخن) والتعليم (متعلم أو أمي) فإن أنسب معامل ارتباط هو معامل

A. الارتباط الخطي (بيرسون)	B. إرتباط الرتب (سبيرمان)	C. بونت بايسيريال	D. الاقتران (فاي)
-------------------------------	------------------------------	-------------------	-------------------

www.stat.kau.edu.sa

اختبار ذاتي

2-7-4 لدراسة الارتباط بين درجات الطلاب في مادتي الاحصاء والرياضيات أخذت عينة من ست طلاب وكانت نتائجهم كالتالي:

درجات الاحصاء (x)	80	90	70	65	60	50
درجات الرياضيات (y)	95	70	85	65	60	45

4 - معامل الارتباط الخطي (بيرسون) بين درجات الطلاب في مادة الاحصاء ودرجاتهم الرياضيات يساوي


$$\text{إذا علمت أن } \sum x = 415 \quad \sum y = 420 \quad \sum x^2 = 29725 \quad \sum y^2 = 31000$$

A. 0.69	B. 0.96	C. 0.75	D. 0.37
---------	---------	---------	---------

5- معامل إرتباط الرتب (سبيرمان) بين درجات الطلاب في مادة الاحصاء ودرجاتهم في الرياضيات يساوي


A. 0.73	B. 0.63	C. 0.93	D. 0.83
---------	---------	---------	---------

www.stat.kau.edu.sa



X	Y	XY	X ²	Y ²	

www.stat.kau.edu.sa



X	Y	رتب x	رتب Y	d	d ²

www.stat.kau.edu.sa

اختبار ذاتي

3-4 إذا أعطيت البيانات التالية عن الدخل بمئات الريالات (x) وقيمة الاستهلاك بمئات الريالات (y) بمئات الريالات لخمسة أشخاص :

$$\sum xy = 512 \quad \sum x = 68 \quad \sum y = 37 \quad \sum x^2 = 990 \quad \sum y^2 = 277 \quad n = 5$$

6- معامل انحدار (b) الدخل على الاستهلاك يساوي

A. 1	B. 0.25	C. 0.13	D. 0.0
------	---------	---------	--------

7- ثابت الانحدار a يساوي

A. 1.29	B. 5.56	C. 20.52	D. 10.95
---------	---------	----------	----------

8- تقدير الاستهلاك عندما يصل الدخل إلى 100 ريال

A. 16.33	B. 15.09	C. 21.96	D. 18.56
----------	----------	----------	----------

www.stat.kau.edu.sa

اختبار ذاتي

4-4 إذا كانت البيانات التالية تمثل كمية صادرات البترول (y) بالمليون برميل لأحدى الشركات في أربعة أعوام من 2006م إلى 2009م كالتالي:

$$\sum xy = 512 \quad \sum x = 6 \quad \sum y = 320 \quad \sum x^2 = 14 \quad n = 4$$

9- قيمة معامل الانحدار تساوي

A. 1.05	B. 12.25	C. 10.85	D. 6.4
---------	----------	----------	--------

10- إذا علمت أن قيمة ثابت الانحدار تساوي a=70.4 فإن تقدير قيمة صادرات البترول عام 2011م

A. 40.5	B. 92.5	C. 102.4	D. 150.85
---------	---------	----------	-----------

www.stat.kau.edu.sa



تم بحمد الله

www.stat.kau.edu.sa