جامعة الملك عبد العزيز.

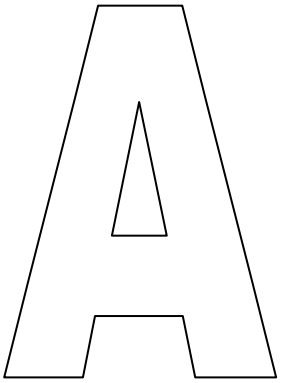
كلية العلوم. الاسم:_____

قسم الرياضيات. الرقم الجامعي:_____

math 202.
Calculus 2.

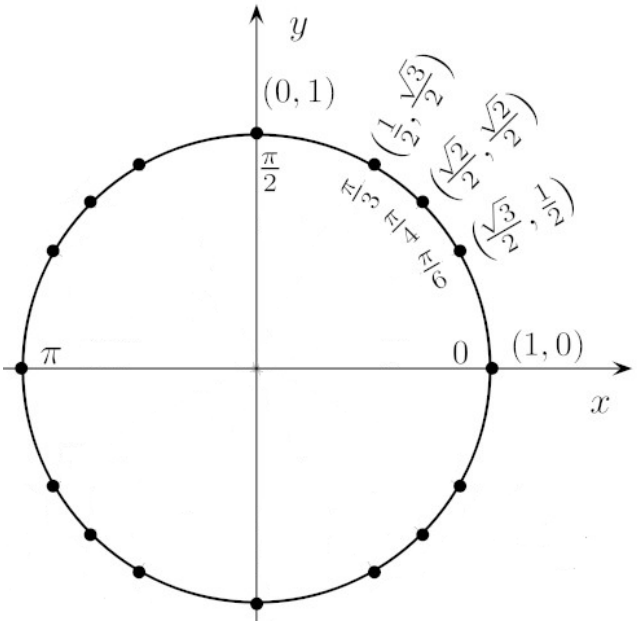
Final Exam

Date: Monday 4 / 7 / 1432.
Time: from 08:00 to 10:00.



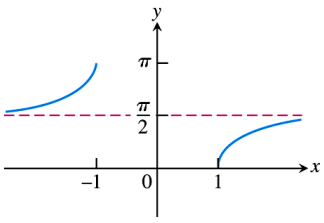

- تأكد من أن رمز نموذج الإجابة لديك هو A .
- أكتب اسمك على هذا النموذج ثم تأكد من تعبئة جميع بيانات نموذج الإجابة خاصة رقمك الجامعي.
- تأكد من تعبئة نموذج الحضور بصورة صحيحة.
- أجب عن جميع الأسئلة الآتية بتظليل الخيار الصحيح في نموذج الإجابة **بقلم الرصاص**.
- ممنوع استخدام الآلة الحاسبة.

هذه الصفحة تتضمن بعض القوانين و المنحنيات التي قد تحتاجها لحل بعض أسئلة هذا الامتحان.

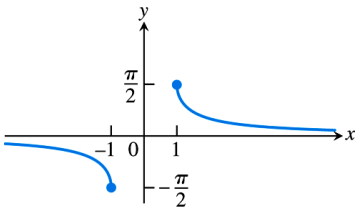



The Unit Circle

$y = \sec^{-1}x$
Domain: $|x| \geq 1$
Range: $[0, \pi/2) \cup (\pi/2, \pi]$




$y = \csc^{-1}x$
Domain: $|x| \geq 1$
Range: $[-\pi/2, 0) \cup (0, \pi/2]$




$$\sin mx \sin nx = \frac{1}{2}[\cos(m-n)x - \cos(m+n)x]$$

$$\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$$

$$\sin mx \cos nx = \frac{1}{2}[\sin(m-n)x + \sin(m+n)x]$$

$$\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$$

$$\cos mx \cos nx = \frac{1}{2}[\cos(m-n)x + \cos(m+n)x]$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\int \frac{dx}{1+\sin ax} = -\frac{1}{a}\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{ax}{2}\right) + C$$

$$\int \frac{dx}{1-\sin ax} = \frac{1}{a}\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{ax}{2}\right) + C$$

Q1.

$$\sum_{k=1}^{50}(10k+3) =$$

| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) |
|---|---|---|---|---|
| 12900 | 1290 | 12753 | 12800 | 1280 |

Q2.

If $f$ is even on $\mathbb{R}$ and $\int_{-2}^{2} f(x)dx = \frac{\pi}{6}$, then $\int_{-2}^{0} f(x)dx =$

| (A) | (B) | (C) | (D) |
|---|---|---|---|
| $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{3}$ |

Q3.

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{1}^{x} \frac{\sinh^{-1} t}{t} dt\right) =$$

| (A) | (B) | (C) | (D) |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2\sqrt{1+x^2}}$ | $\frac{\sinh^{-1} x}{x}$ | $\frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}$ | $\frac{\sin^{-1} x}{x}$ |

Q4.

If $f(x) > 5$ for all $x \in [a\,,b]$, then the area of the region bounded by the graph of $f$, the $x$-axis, and the vertical lines $x = a$ and $x = b$ is $\int_a^b f(x)dx$.

| (A) | (B) |
|---|---|
| T R U E | F A L S E |

Q5.

$$\int \frac{6x^2+8x+2}{\sqrt[3]{x^3+2x^2+x}}\, dx =$$

| (A) | (B) |
|---|---|
| $3\sqrt[5]{(x^3+2x^2+x)^2}+C$ | $\sqrt[3]{(x^3+2x^2+x)^2}+C$ |
| (C) | (D) |
| $\frac{3}{2}\sqrt[3]{(x^3+2x^2+x)^2}+C$ | $3\sqrt[3]{(x^3+2x^2+x)^2}+C$ |

Q6.

The area of the region bounded by the graph of $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ and the $x$-axis over the closed interval $\left[\frac{1}{2}\,, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ is

| (A) | (B) | (C) | (D) |
|---|---|---|---|
| $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |

السؤال رقم 7 هو تكرار للسؤال رقم 6 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q7.

The area of the region bounded by the graph of $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ and the $x$-axis over the closed interval $\left[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ is

| (A) | (B) | (C) | (D) |
|---|---|---|---|
| $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |

Q8.

The area between the curves $f(x) = x^2$ and $g(x) = x^3$ is

| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{6}$ | $\frac{3}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{2}{3}$ |

السؤال رقم 9 هو تكرار للسؤال رقم 8 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

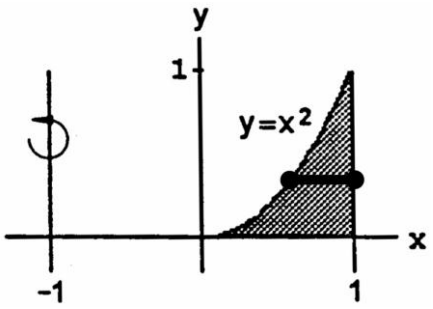
Q9.

The area between the curves $f(x) = x^2$ and $g(x) = x^3$ is

| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{6}$ | $\frac{3}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{2}{3}$ |

Q10.

The volume of the solid generated by revolving the region in the first quadrant bounded by the curve $y = x^2$, the $x$-axis, and the line $x = 1$, about the line $x = -1$ is




Hint: $R(y) = 2$ and $r(y) = 1 + \sqrt{y}$.

| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) |
|---|---|---|---|---|
| $\pi$ | $\frac{7\pi}{6}$ | $\frac{7\pi}{5}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $\frac{7\pi}{3}$ |

السؤال رقم 11 هو تكرار للسؤال رقم 10 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q11.

The volume of the solid generated by revolving the region in the first quadrant bounded by the curve $y = x^2$, the $x$-axis, and the line $x = 1$, about the line $x = -1$ is

| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) |
|---|---|---|---|---|
| $\pi$ | $\frac{7\pi}{6}$ | $\frac{7\pi}{5}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $\frac{7\pi}{3}$ |

Q12.

The length of the curve $y = \ln\cos x$ over $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ is

| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) |
|---|---|---|---|---|
| $\ln\sqrt{3}$ | $\sqrt{3}$ | $\ln\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ | $2+\sqrt{3}$ | $\ln(2+\sqrt{3})$ |

السؤال رقم 13 هو تكرار للسؤال رقم 12 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q13.

The length of the curve $y = \ln\cos x$ over $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ is

| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) |
|---|---|---|---|---|
| $\ln\sqrt{3}$ | $\sqrt{3}$ | $\ln\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ | $2+\sqrt{3}$ | $\ln(2+\sqrt{3})$ |

Q14.

If $f(x) = x^2 - 4x - 5\ ;\ x \geq 4$, then $(f^{-1})'(5) =$

| (A) | (B) | (C) | (D) |
|---|---|---|---|
| $6$ | $\frac{1}{6}$ | $-6$ | $-\frac{1}{6}$ |

Q15.

If $f(x) = x^9 - 4$, then $f^{-1}(x) =$

| (A) | (B) | (C) | (D) |
|---|---|---|---|
| $\sqrt[9]{x-4}$ | $\frac{1}{x^9} + 4$ | $\sqrt[9]{x} + 4$ | $\sqrt[9]{x+4}$ |

Q16. If $y = \frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}$, then $y' = \frac{dy}{dx} =$

| | |
|---|---|
| (A) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \coth x - \frac{2x}{x^2+1}\right)$ | (B) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \tanh x - \frac{x}{x^2+1}\right)$ |
| (C) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \coth x - \frac{x}{x^2+1}\right)$ | (D) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \tanh x + \frac{x}{x^2+1}\right)$ |
| (E) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \coth x + \frac{x}{x^2+1}\right)$ | |

السؤال رقم 17 هو تكرار للسؤال رقم 16 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

| Q17. If $y = \frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}$, then $y' = \frac{dy}{dx} =$ | |
|---|---|
| (A) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \coth x - \frac{2x}{x^2+1}\right)$ | (B) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \tanh x - \frac{x}{x^2+1}\right)$ |
| (C) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \coth x - \frac{x}{x^2+1}\right)$ | (D) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \tanh x + \frac{x}{x^2+1}\right)$ |
| (E) $\left(\frac{(x^3-3)(e^{2x})(\sinh x)}{\sqrt{x^2+1}}\right)\left(\frac{3x^2}{x^3-3} + 2 + \coth x + \frac{x}{x^2+1}\right)$ | |

| Q18. If $x > 1$, then $\frac{d}{dx}\left(2^{\sec^{-1} x}\right) =$ | | | |
|---|---|---|---|
| (A) $\frac{2^{\sec^{-1} x} \ln 2}{x\sqrt{x^2-1}}$ | (B) $\frac{2^{\sec^{-1} x}}{x\sqrt{x^2-1}}$ | (C) $\frac{\ln 2}{2^{\sec x} \cdot x \cdot \sqrt{x^2-1}}$ | (D) $\frac{2^{\sec^{-1} x} \ln 2}{x\sqrt{x^2+1}}$ |

| Q19. $\lim_{x\to 0^+} (1+x)^{\frac{1}{x}} =$ | | | |
|---|---|---|---|
| (A) $-e$ | (B) $e$ | (C) 0 | (D) 1 |

| Q20. $\lim_{x\to\infty} \sec^{-1} x =$ | | | |
|---|---|---|---|
| (A) $-\infty$ | (B) $\infty$ | (C) 0 | (D) $\frac{\pi}{2}$ |

| Q21. $\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}}\,dx =$ Hint: complete the square | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) $\sec^{-1}\lvert x+1\rvert + C$ | (B) $\sin^{-1}\lvert x+1\rvert + C$ | (C) $\tan^{-1}\lvert x+1\rvert + C$ | (D) $\sec^{-1}\frac{\lvert x+1\rvert}{2} + C$ | (E) $\sin^{-1}\frac{\lvert x+1\rvert}{2} + C$ |

السؤال رقم 22 هو تكرار للسؤال رقم 21 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

| Q22. $\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}}\,dx =$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) $\sec^{-1}\lvert x+1\rvert + C$ | (B) $\sin^{-1}\lvert x+1\rvert + C$ | (C) $\tan^{-1}\lvert x+1\rvert + C$ | (D) $\sec^{-1}\frac{\lvert x+1\rvert}{2} + C$ | (E) $\sin^{-1}\frac{\lvert x+1\rvert}{2} + C$ |

| Q23. | | | |
|---|---|---|---|
| (A) | (B) | (C) | (D) |

| Q24. | | | |
|---|---|---|---|
| (A) | (B) | (C) | (D) |

| Q25. | | | |
|---|---|---|---|
| (A) | (B) | (C) | (D) |

Q26.

$$\int \frac{x+4}{x^3+3x^2-10x}\,dx =$$

Hint: use Heaviside cover method.

| | |
|---|---|
| (A) $-\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert+\frac{3}{7}\ln\lvert x+2\rvert-\frac{1}{35}\ln\lvert x-5\rvert+C$ | (B) $\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert-\frac{3}{7}\ln\lvert x-2\rvert+\frac{1}{35}\ln\lvert x+5\rvert+C$ |
| (C) $-\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert+\frac{3}{7}\ln\lvert x-2\rvert-\frac{1}{35}\ln\lvert x+5\rvert+C$ | (D) $\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert+\frac{3}{7}\ln\lvert x-2\rvert-\frac{1}{35}\ln\lvert x-5\rvert+C$ |
| (E) $\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert+\frac{3}{7}\ln\lvert x+2\rvert-\frac{1}{35}\ln\lvert x+5\rvert+C$ | |

السؤال رقم 27 هو تكرار للسؤال رقم 26 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q27.

$$\int \frac{x+4}{x^3+3x^2-10x}\,dx =$$

| | |
|---|---|
| (A) $-\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert+\frac{3}{7}\ln\lvert x+2\rvert-\frac{1}{35}\ln\lvert x-5\rvert+C$ | (B) $\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert-\frac{3}{7}\ln\lvert x-2\rvert+\frac{1}{35}\ln\lvert x+5\rvert+C$ |
| (C) $-\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert+\frac{3}{7}\ln\lvert x-2\rvert-\frac{1}{35}\ln\lvert x+5\rvert+C$ | (D) $\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert+\frac{3}{7}\ln\lvert x-2\rvert-\frac{1}{35}\ln\lvert x-5\rvert+C$ |
| (E) $\frac{2}{5}\ln\lvert x\rvert+\frac{3}{7}\ln\lvert x+2\rvert-\frac{1}{35}\ln\lvert x+5\rvert+C$ | |

| Q28. $\int \cot^4 x\, dx =$ | |
|---|---|
| (A) $-\frac{1}{3}\cot^3 x + \cot x + x + C$ | (B) $-\frac{1}{3}\cot^3 x + \csc x + x + C$ |
| (C) $\frac{1}{3}\cot^3 x + \cot x + x + C$ | (D) $-\frac{1}{3}\csc^3 x + \cot x + x + C$ |
| (E) $\frac{1}{3}\csc^3 x + \cot x + x + C$ | |

السؤال رقم 29 هو تكرار للسؤال رقم 28 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

| Q29. $\int \cot^4 x\, dx =$ | |
|---|---|
| (A) $-\frac{1}{3}\cot^3 x + \cot x + x + C$ | (B) $-\frac{1}{3}\cot^3 x + \csc x + x + C$ |
| (C) $\frac{1}{3}\cot^3 x + \cot x + x + C$ | (D) $-\frac{1}{3}\csc^3 x + \cot x + x + C$ |
| (E) $\frac{1}{3}\csc^3 x + \cot x + x + C$ | |

| Q30. $\int \sin 3x\ \cos 5x\, dx =$ | |
|---|---|
| (A) $-\frac{\cos 8x}{8} + \frac{\cos 2x}{2} + C$ | (B) $-\frac{\cos 8x}{8} + \frac{\cos 2x}{4} + C$ |
| (C) $-\frac{\cos 8x}{16} - \frac{\cos 2x}{4} + C$ | (D) $\frac{\cos 8x}{16} + \frac{\cos 2x}{4} + C$ |
| (E) $-\frac{\cos 8x}{16} + \frac{\cos 2x}{4} + C$ | |

| Q31. $\int \sqrt{25 - x^2}\ dx =$ | | |
|---|---|---|
| (A) $\frac{25}{4}\sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + \frac{x\sqrt{25-x^2}}{4} + C$ | (B) $\frac{25}{4}\sinh^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + \frac{x\sqrt{25-x^2}}{4} + C$ | (C) $\frac{25}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) - \frac{x\sqrt{25-x^2}}{2} + C$ |
| (D) $\frac{25}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + \frac{x\sqrt{25-x^2}}{2} + C$ | (E) $\frac{25}{2}\sinh^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + \frac{x\sqrt{25-x^2}}{2} + C$ | |

السؤال رقم 32 هو تكرار للسؤال رقم 31 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q32.

$$\int \sqrt{25-x^2}\ dx =$$

| | | |
|---|---|---|
| (A) $\frac{25}{4}\sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)+\frac{x\sqrt{25-x^2}}{4}+C$ | (B) $\frac{25}{4}\sinh^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)+\frac{x\sqrt{25-x^2}}{4}+C$ | (C) $\frac{25}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)-\frac{x\sqrt{25-x^2}}{2}+C$ |
| (D) $\frac{25}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)+\frac{x\sqrt{25-x^2}}{2}+C$ | (E) $\frac{25}{2}\sinh^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)+\frac{x\sqrt{25-x^2}}{2}+C$ | |

Q33.

If $x>7$, then $\int \frac{\sqrt{x^2-49}}{x}\ dx =$

| | | |
|---|---|---|
| (A) $\sqrt{x^2-49}+7\sec^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ | (B) $\frac{\sqrt{x^2-49}}{7}-7\sin^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ | (C) $\frac{\sqrt{x^2-49}}{7}-7\sec^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ |
| (D) $\sqrt{x^2-49}-7\sin^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ | (E) $\sqrt{x^2-49}-7\sec^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ | |

السؤال رقم 34 هو تكرار للسؤال رقم 33 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q34.

If $x>7$, then $\int \frac{\sqrt{x^2-49}}{x}\ dx =$

| | | |
|---|---|---|
| (A) $\sqrt{x^2-49}+7\sec^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ | (B) $\frac{\sqrt{x^2-49}}{7}-7\sin^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ | (C) $\frac{\sqrt{x^2-49}}{7}-7\sec^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ |
| (D) $\sqrt{x^2-49}-7\sin^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ | (E) $\sqrt{x^2-49}-7\sec^{-1}\left(\frac{x}{7}\right)+C$ | |

Q35.

$$\int \frac{dx}{2+2\sin 2x} =$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| (A) $-\frac{1}{4}\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)+C$ | (B) $-\frac{1}{2}\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+C$ | (C) $\frac{1}{4}\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+C$ | (D) $-\frac{1}{2}\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)+C$ |

Q36.

$$\int_0^3 \frac{1}{x-1}\ dx =$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| (A) $\ln 2$ | (B) It is a divergent improper integral | (C) 2 | (D) $\frac{1}{2}$ |

السؤال رقم 37 هو تكرار للسؤال رقم 36 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

| Q37. $\int_0^3 \frac{1}{x-1}\,dx =$ | | | |
|---|---|---|---|
| (A) $\ln 2$ | (B) It is a divergent improper integral | (C) 2 | (D) $\frac{1}{2}$ |

| Q38. The improper integral $\int_5^\infty \frac{4}{(x-1)(x^2+1)}dx$ converges to (Hint: Use partial fractions method.) | | | |
|---|---|---|---|
| (A) $-\pi - \ln\frac{8}{13} - \tan^{-1}5$ | (B) $-\pi + \ln\frac{8}{13} - 2\tan^{-1}5$ | (C) $-\pi - \ln\frac{8}{13} - 2\tan^{-1}5$ | (D) $\pi - \ln\frac{8}{13} - 2\tan^{-1}5$ |

السؤال رقم 39 هو تكرار للسؤال رقم 38 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

| Q39. The improper integral $\int_5^\infty \frac{4}{(x-1)(x^2+1)}dx$ converges to | | | |
|---|---|---|---|
| (A) $-\pi - \ln\frac{8}{13} - \tan^{-1}5$ | (B) $-\pi + \ln\frac{8}{13} - 2\tan^{-1}5$ | (C) $-\pi - \ln\frac{8}{13} - 2\tan^{-1}5$ | (D) $\pi - \ln\frac{8}{13} - 2\tan^{-1}5$ |

السؤال رقم 40 هو تكرار للسؤال رقم 38 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

| Q40. The improper integral $\int_5^\infty \frac{4}{(x-1)(x^2+1)}dx$ converges to | | | |
|---|---|---|---|
| (A) $-\pi - \ln\frac{8}{13} - \tan^{-1}5$ | (B) $-\pi + \ln\frac{8}{13} - 2\tan^{-1}5$ | (C) $-\pi - \ln\frac{8}{13} - 2\tan^{-1}5$ | (D) $\pi - \ln\frac{8}{13} - 2\tan^{-1}5$ |