

الاسم:

الرقم الجامعي:

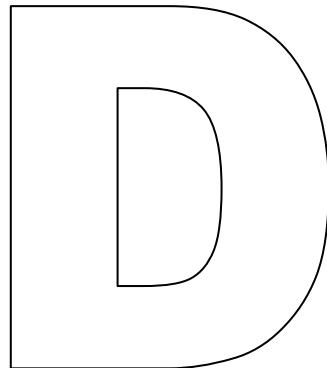
قسم الرياضيات.

Math 202.  
Calculus 2.

Final Exam

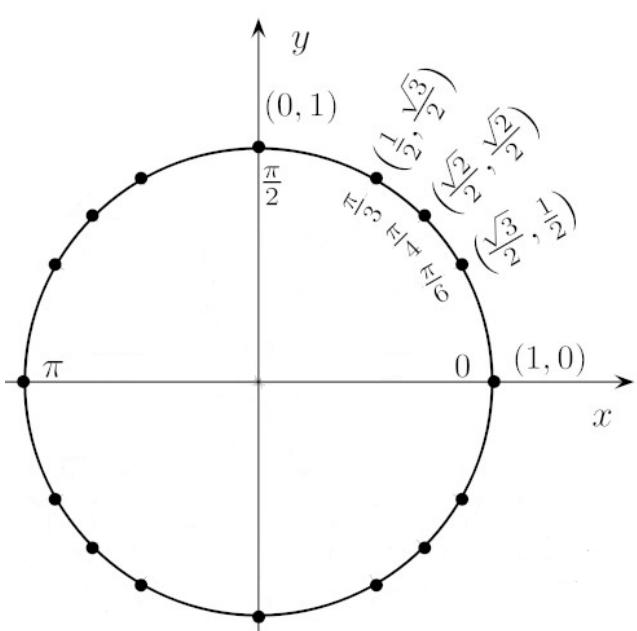
Date: monday 13 /2 / 1432.

Time: 08:30 to 10:00.

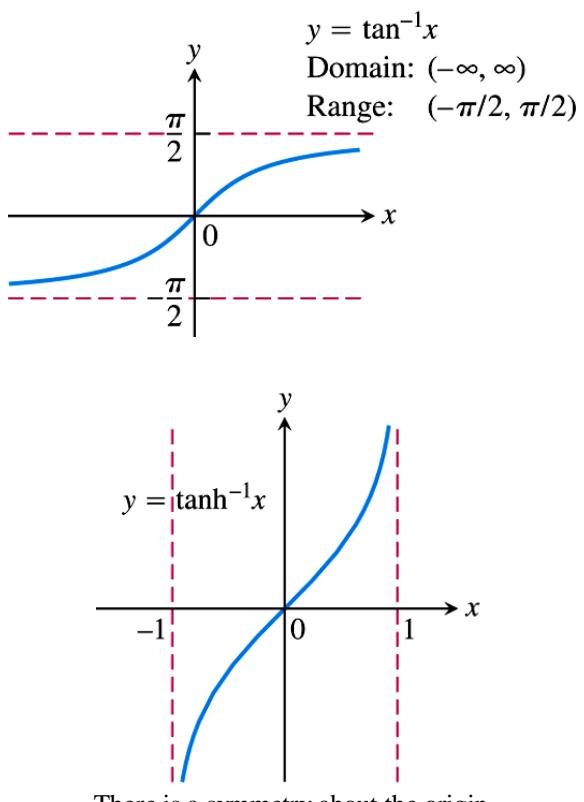


- تأكد من أن رمز نموذج الإجابة لديك هو D .
- أكتب اسمك على هذا النموذج ثم تأكد من تعبئة جميع بيانات نموذج الإجابة خاصة رقمك الجامعي.
- تأكد من تعبئة نموذج الحضور بصورة صحيحة.
- أجب عن جميع الأسئلة الآتية بتضليل الخيار الصحيح في نموذج الإجابة **بقلم الرصاص**.
- ممنوع استخدام الآلة الحاسبة.

هذه الصفحة تتضمن بعض القوانين والمنحنيات التي قد تحتاجها لحل بعض أسئلة هذا الامتحان.



The Unit Circle



There is a symmetry about the origin

$$\sin mx \sin nx = \frac{1}{2} [\cos(m-n)x - \cos(m+n)x]$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\sin mx \cos nx = \frac{1}{2} [\sin(m-n)x + \sin(m+n)x]$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\cos mx \cos nx = \frac{1}{2} [\cos(m-n)x + \cos(m+n)x]$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + C$$

$$\int x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{a^4}{8} \sin^{-1} \left( \frac{x}{a} \right) - \frac{1}{8} x \sqrt{a^2 - x^2} (a^2 - 2x^2)$$

$$\int \left( \sqrt{x^2 - a^2} \right)^n dx = \frac{x \left( \sqrt{x^2 - a^2} \right)^n}{n+1} - \frac{na^2}{n+1} \int \left( \sqrt{x^2 - a^2} \right)^{n-2} dx , n \neq -1$$

$$\int x \left( \sqrt{x^2 - a^2} \right)^n dx = \frac{\left( \sqrt{x^2 - a^2} \right)^{n+2}}{n+2} + C , n \neq -2$$

Q1.

$$\sum_{k=1}^{20} (-3k) =$$

- |             |            |             |            |
|-------------|------------|-------------|------------|
| (A)<br>-630 | (B)<br>630 | (C)<br>-550 | (D)<br>550 |
|-------------|------------|-------------|------------|

Q2.

The limit:  $\lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n (c_k^2 - 3c_k) \Delta x_k$ , where  $P$  is a partition of  $[5, 7]$  can be written as the definite integral

- |                                 |                                 |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| (A)<br>$\int_5^7 (x^2 - 3x) dx$ | (B)<br>$\int_7^5 (x^2 - 3x) dx$ | (C)<br>$\int_5^7 (3x - x^2) dx$ | (D)<br>$\int_5^7 (x^2 + 3x) dx$ |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|

Q3.

The total area of the region between the graph of  $f(x) = 1 - \sqrt{x}$  and the  $x$ -axis over  $[0, 4]$  is

- |           |          |           |          |
|-----------|----------|-----------|----------|
| (A)<br>2π | (B)<br>2 | (C)<br>3π | (D)<br>3 |
|-----------|----------|-----------|----------|

السؤال رقم 4 هو تكرار للسؤال رقم 3 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

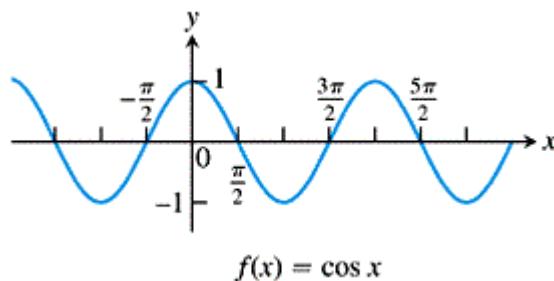
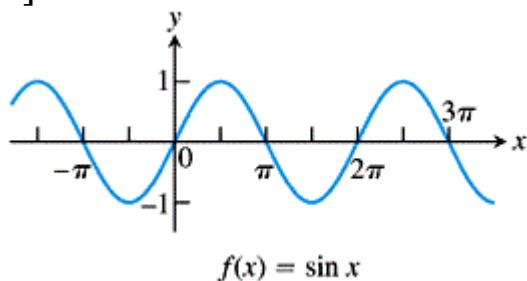
Q4.

The total area of the region between the graph of  $f(x) = 1 - \sqrt{x}$  and the  $x$ -axis over  $[0, 4]$  is

- |           |          |           |          |
|-----------|----------|-----------|----------|
| (A)<br>2π | (B)<br>2 | (C)<br>3π | (D)<br>3 |
|-----------|----------|-----------|----------|

Q5.

The area of the region enclosed by the curves  $y = \sin x$  and  $y = \cos x$  on  $\left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$  is



- |                   |                      |                             |                               |
|-------------------|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| (A)<br>$\sqrt{3}$ | (B)<br>$\frac{1}{2}$ | (C)<br>$\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (D)<br>$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ |
|-------------------|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|

السؤال رقم 6 هو تكرار للسؤال رقم 5 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q6.

The area of the region enclosed by the curves  $y = \sin x$  and  $y = \cos x$  on  $\left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$  is

- |                   |                      |                             |                               |
|-------------------|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| (A)<br>$\sqrt{3}$ | (B)<br>$\frac{1}{2}$ | (C)<br>$\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (D)<br>$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ |
|-------------------|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|

Q7.

$$\int_{-\pi}^{\pi} \tan^{-1} x \ dx =$$

(A)

$$2e$$

(B)

$$5\pi$$

(C)

$$0$$

(D)

$$\frac{3\pi}{2}$$

Q8.

The length of the curve  $x = \frac{y^3}{12} + \frac{1}{y}$ ,  $1 \leq y \leq 2$  is

$$\text{Hint: } 1 + \left( \frac{1}{16}y^4 - \frac{1}{2} + \frac{1}{y^4} \right) = \left( \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{y^2} \right)^2$$

(A)

$$\frac{13}{12}$$

(B)

$$\frac{15}{12}$$

(C)

$$\frac{7}{12}$$

(D)

$$\frac{11}{12}$$

السؤال رقم 9 هو تكرار للسؤال رقم 8 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q9.

The length of the curve  $x = \frac{y^3}{12} + \frac{1}{y}$ ,  $1 \leq y \leq 2$  is

(A)

$$\frac{13}{12}$$

(B)

$$\frac{15}{12}$$

(C)

$$\frac{7}{12}$$

(D)

$$\frac{11}{12}$$

Q10.

The integral for the area of the surface generated by revolving the curve  $y = x^2 + 1$ , where  $1 \leq x \leq 2$ , about  $x$ -axis is

(A)

$$2\pi \int_1^2 (x^2 + 1)\sqrt{1 + 4x^2} \ dx$$

(B)

$$2\pi \int_1^2 (x^2 + 1)\sqrt{1 + x^2} \ dx$$

(C)

$$2\pi \int_1^2 (x^2 + 1)\sqrt{1 - 4x^2} \ dx$$

(D)

$$\pi \int_1^2 (x^2 + 1)\sqrt{1 + 4x^2} \ dx$$

السؤال رقم 11 هو تكرار للسؤال رقم 10 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q11. The integral for the area of the surface generated by revolving the curve  $y = x^2 + 1$ , where  $1 \leq x \leq 2$ , about  $x$ -axis is

(A)

$$2\pi \int_1^2 (x^2 + 1)\sqrt{1 + 4x^2} \ dx$$

(B)

$$2\pi \int_1^2 (x^2 + 1)\sqrt{1 + x^2} \ dx$$

(C)

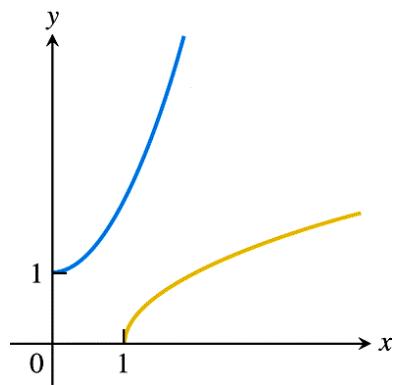
$$2\pi \int_1^2 (x^2 + 1)\sqrt{1 - 4x^2} \ dx$$

(D)

$$\pi \int_1^2 (x^2 + 1)\sqrt{1 + 4x^2} \ dx$$

Q12.

The given graphs are of a function and its inverse



(A)

TRUE

(B)

FALSE

Q13.

$$\lim_{x \rightarrow e^+} (\ln x)^{1/(x-e)} =$$

(A)

1

(B)

$\frac{1}{e}$

(C)

$e^{1/e}$

(D)

$e$

Q14.

$$\int 7^x \ln 7 \, dx =$$

(A)

$7^{\ln x} + C$

(B)

$7^{x+1} + C$

(C)

$7^x + C$

(D)

$7^{x \ln 7} + C$

Q15.

$$7^{\log_7 x} = x \quad \text{for all } x \in (0, \infty).$$

(A)

TRUE

(B)

FALSE

Q16.

$$\frac{d}{dx} (\log_5 \operatorname{csch} x) =$$

(A)

$$-\frac{\operatorname{csch} x \coth x}{\ln 5}$$

(B)

$$-\frac{\coth x}{\ln 5}$$

(C)

$$\frac{\coth x}{\ln 5}$$

(D)

$$\frac{\coth x}{(\ln 5) \operatorname{csch} x}$$

Q17.

$$\text{If } x > 0, \frac{d}{dx} (\operatorname{csch}^{-1} 4x) =$$

(A)

$$-\frac{1}{x\sqrt{1+16x^2}}$$

(B)

$$\frac{1}{x\sqrt{1+16x^2}}$$

(C)

$$-\frac{4}{x\sqrt{1+16x^2}}$$

(D)

$$\frac{4}{x\sqrt{1+16x^2}}$$

Q18.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{x} =$$

(A)

1

(B)

$$\frac{\ln 4}{2}$$

(C)

$\ln 4$

(D)

does not exist

Q19.

$$\int \frac{x+2}{\sqrt{1-x^2}} dx =$$

(A)

$$-\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1} x + C$$

(B)

$$-3\sqrt{1-x^2} + 2\sin^{-1} x + C$$

(C)

$$-3\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1} x + C$$

(D)

$$-\sqrt{1-x^2} + 2\sin^{-1} x + C$$

السؤال رقم 20 هو تكرار للسؤال رقم 19 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q20.

$$\int \frac{x+2}{\sqrt{1-x^2}} dx =$$

(A)

$$-\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1} x + C$$

(B)

$$-3\sqrt{1-x^2} + 2\sin^{-1} x + C$$

(C)

$$-3\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1} x + C$$

(D)

$$-\sqrt{1-x^2} + 2\sin^{-1} x + C$$

Q21.

$$\int \frac{1}{1-\cos x} dx =$$

(A)

$$\cot x + \csc x + C$$

(B)

$$-\cot x + \csc x + C$$

(C)

$$-\cot x - \csc x + C$$

(D)

$$\cot x - \csc x + C$$

السؤال رقم 22 هو تكرار للسؤال رقم 21 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q22.

$$\int \frac{1}{1-\cos x} dx =$$

(A)

$$\cot x + \csc x + C$$

(B)

$$-\cot x + \csc x + C$$

(C)

$$-\cot x - \csc x + C$$

(D)

$$\cot x - \csc x + C$$

Q23.

$$\int e^x \cos x dx =$$

(A)

$$\frac{e^x \sin x + e^x \cos x}{2} + C$$

(B)

$$\frac{e^x \sin x + e^x \cos x}{4} + C$$

(C)

$$\frac{e^x \sin x - e^x \cos x}{2} + C$$

(D)

$$\frac{e^x \sin x - \cos x}{4} + C$$

السؤال رقم 24 هو تكرار للسؤال رقم 23 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q24.

$$\int e^x \cos x \, dx =$$

- |   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| (A) $\frac{e^x \sin x + e^x \cos x}{2} + C$ | (B) $\frac{e^x \sin x + e^x \cos x}{4} + C$ | (C) $\frac{e^x \sin x - e^x \cos x}{2} + C$ | (D) $\frac{e^x \sin x - e^x \cos x}{4} + C$ |
|---|---|---|---|

Q25.

$$\int \frac{9y^3 - 3y + 1}{y^3 - y^2} \, dx =$$

Hint: first use long division, then partial fraction.

- |  |  |
|--|--|
| (A) $9y + 2 \ln y  + \frac{1}{y} + 7 \ln y - 1  + C$ | (B) $9y + 2 \ln y  + \frac{2}{y} + 7 \ln y - 1  + C$ |
| (C) $9y + 2 \ln y  + \frac{2}{y} + \ln y - 1  + C$   | (D) $9y + \ln y  + \frac{1}{y} + 7 \ln y - 1  + C$   |
| (E) $9y + 2 \ln y  + \frac{1}{y} + \ln y - 1  + C$   |  |

السؤال رقم 26 هو تكرار للسؤال رقم 25 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q26.

$$\int \frac{9y^3 - 3y + 1}{y^3 - y^2} \, dx =$$

- |  |  |
|--|--|
| (A) $9y + 2 \ln y  + \frac{1}{y} + 7 \ln y - 1  + C$ | (B) $9y + 2 \ln y  + \frac{2}{y} + 7 \ln y - 1  + C$ |
| (C) $9y + 2 \ln y  + \frac{2}{y} + \ln y - 1  + C$   | (D) $9y + \ln y  + \frac{1}{y} + 7 \ln y - 1  + C$   |
| (E) $9y + 2 \ln y  + \frac{1}{y} + \ln y - 1  + C$   |  |

السؤال رقم 27 هو تكرار للسؤال رقم 25 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q27.

$$\int \frac{9y^3 - 3y + 1}{y^3 - y^2} \, dx =$$

- |  |  |
|--|--|
| (A) $9y + 2 \ln y  + \frac{1}{y} + 7 \ln y - 1  + C$ | (B) $9y + 2 \ln y  + \frac{2}{y} + 7 \ln y - 1  + C$ |
| (C) $9y + 2 \ln y  + \frac{2}{y} + \ln y - 1  + C$   | (D) $9y + \ln y  + \frac{1}{y} + 7 \ln y - 1  + C$   |
| (E) $9y + 2 \ln y  + \frac{1}{y} + \ln y - 1  + C$   |  |

Q28.

$$\int \cos^7 x \, dx =$$

(A)

$$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + 3 \frac{\sin^5 x}{5} - 3 \frac{\sin^7 x}{7} + C$$

(C)

$$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + C$$

(B)

$$\sin x - \sin^3 x + 3 \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + C$$

(D)

$$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + 3 \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + C$$

السؤال رقم 29 هو تكرار للسؤال رقم 28 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q29.

$$\int \cos^7 x \, dx =$$

(A)

$$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + 3 \frac{\sin^5 x}{5} - 3 \frac{\sin^7 x}{7} + C$$

(C)

$$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + C$$

(B)

$$\sin x - \sin^3 x + 3 \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + C$$

(D)

$$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + 3 \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + C$$

Q30.

$$\int \sin 3x \cos 2x \, dx =$$

(A)

$$\frac{\cos x}{2} + \frac{\cos 5x}{10} + C$$

(B)

$$-\frac{\cos x}{2} + \frac{\cos 5x}{10} + C$$

(C)

$$\frac{\cos x}{2} - \frac{\cos 5x}{10} + C$$

(D)

$$-\frac{\cos x}{2} - \frac{\cos 5x}{10} + C$$

السؤال رقم 31 هو تكرار للسؤال رقم 30 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q31.

$$\int \sin 3x \cos 2x \, dx =$$

(A)

$$\frac{\cos x}{2} + \frac{\cos 5x}{10} + C$$

(B)

$$-\frac{\cos x}{2} + \frac{\cos 5x}{10} + C$$

(C)

$$\frac{\cos x}{2} - \frac{\cos 5x}{10} + C$$

(D)

$$-\frac{\cos x}{2} - \frac{\cos 5x}{10} + C$$

Q32.

$$\text{For } x > 5, \quad \int \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{x} dx =$$

(A)

$$\frac{\sec^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)}{5} - \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{2x^2} + C$$

(B)

$$\frac{\sec^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)}{10} - \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{2x^2} + C$$

(C)

$$\sec^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) - \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{2x^2} + C$$

(D)

$$\frac{\sec^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)}{10} - \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{10x^2} + C$$

السؤال رقم 33 هو تكرار للسؤال رقم 32 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q33.

$$\text{For } x > 5, \int \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{x} dx =$$

(A)

$$\frac{\sec^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)}{5} - \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{2x^2} + C$$

(B)

$$\frac{\sec^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)}{10} - \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{2x^2} + C$$

(C)

$$\sec^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) - \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{2x^2} + C$$

(D)

$$\frac{\sec^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)}{10} - \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{10x^2} + C$$

Q34.

$$\int x^2 \sqrt{25 - x^2} dx =$$

(A)

$$\frac{5^4}{8} \sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) - \frac{x\sqrt{25-x^2} (25-2x^2)}{8} + C$$

(B)

$$\frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + C$$

(C)

$$\frac{5^4}{8} \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{x\sqrt{25-x^2} (25-2x^2)}{8} + C$$

(D)

$$\frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + C$$

السؤال رقم 35 هو تكرار للسؤال رقم 34 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q35.

$$\int x^2 \sqrt{25 - x^2} dx =$$

(A)

$$\frac{5^4}{8} \sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) - \frac{x\sqrt{25-x^2} (25-2x^2)}{8} + C$$

(B)

$$\frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + C$$

(C)

$$\frac{5^4}{8} \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{x\sqrt{25-x^2} (25-2x^2)}{8} + C$$

(D)

$$\frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + C$$

Q36.

$$\int_2^\infty \frac{2}{x^2 - 1} dx =$$

(A)

$$\frac{3\pi}{4}$$

(B)

$$\ln 4$$

(C)

$$\ln 3$$

(D)

$$\pi$$

السؤال رقم 37 هو تكرار للسؤال رقم 36 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q37.

$$\int_2^\infty \frac{2}{x^2 - 1} dx =$$

(A)

$$\frac{3\pi}{4}$$

(B)

$$\ln 4$$

(C)

$$\ln 3$$

(D)

$$\pi$$

Q38.

$$\int_0^1 (-\ln x) \, dx =$$

(A) 1

(B)  $\sqrt{3}$

(C)  $\pi$

(D)  $\frac{\pi}{2}$

السؤال رقم 39 هو تكرار للسؤال رقم 38 و يجب أن تجيب عليه للحصول على درجته

Q39.

$$\int_0^1 (-\ln x) \, dx =$$

(A) 1

(B)  $\sqrt{3}$

(C)  $\pi$

(D)  $\frac{\pi}{2}$

Q40.

The improper integral  $\int_0^5 \frac{1}{x-1} \, dx$  is

(A)

convergent

(B)

divergent