

# تأثير تبادل نوع محدد من الزمر الجزئية

## على بنية الزمر المنتهية

الاسم: طالب محسن محمد الجفري

تحت إشراف:

الدكتور/ عبدالرحمن عبدالحميد هليل

الدكتور/ محمد صالح عبيدالله المستادي

## المستخلص

جميع الزمر المذكورة في هذه الرسالة هي زمر منتهية. يقال عن الزمرتين الجزئيتين  $H$  و  $K$  من الزمرة  $G$  أنهما تبادليتان إذا كانت  $HK = KH$  مما يعني أن  $HK$  زمرة جزئية من  $G$ . لتكن  $3$  فئة متكاملة من زمرات سيلو (Sylow) الجزئية من الزمرة  $G$  ونعني بذلك أنه لأي عدد أولي  $p$  يقسم رتبة الزمرة  $G$ ،  $3$  تحتوي على واحدة وواحدة فقط من الزمرة الجزئية  $p$ -سيلو. تسمى الزمرة الجزئية  $H$  من الزمرة  $G$  "3-تبادلية" (3-permutable) في  $G$  إذا كانت  $H$  تتبادل مع كل عنصر من عناصر  $3$ . تسمى الزمرة الجزئية  $H$  من الزمرة  $G$  "c-قياسية" (c-normal) في  $G$  إذا وجدت زمرة جزئية قياسية  $K$  (normal) من  $G$  تحقق  $G = HK$  و  $H \cap K \leq H_G$  حيث  $H_G = \bigcap_{g \in G} H^g$  هي المركز القياسي للزمرة الجزئية  $H$  في  $G$  وهي أكبر زمرة جزئية قياسية من  $G$  محتواة في  $H$ . الأهداف الرئيسية من الرسالة هي كالاتي:

- (أ) تقديم مفهوم جديد يسمى "3-تبادلية بشكل ضعيف" (weakly 3-permutability) والذي يعمم كل من مفهومي 3-تبادلية و c-قياسية.
- (ب) تقديم مفهوم جديد يسمى "مرافقة 3-تبادلية" (conjugate-3-permutability) والذي له علاقة وطيدة بمفهوم 3-تبادلية.
- (ج) دراسة بنية الزمرة المنتهية  $G$  عندما تكون بعض الزمر الجزئية ذات الرتب الأولية المرفوعة لقوة ما محققة لأحد الشرطين التاليين:

(1) 3-تبادلية بشكل ضعيف في  $G$ .

(2) مرافقة 3-تبادلية في  $G$ .

# **Influence of Certain Kind of Permutable Subgroups on the Structure of Finite Groups**

**Name: Taleb Mohsen Mohammed Al-Gafri**

**Supervised by**

**Dr. Abdul Rahman A. Heliel**

**Dr. Mohammed Saleh Obaidallah Almestady**

Two subgroups  $H$  and  $K$  of a finite group  $G$  are said to be permutable if  $HK = KH$ , that is,  $HK$  is a subgroup of  $G$ . Let  $\mathfrak{S}$  be a complete set of Sylow subgroups of a finite group  $G$ , that is, for each prime  $p$  dividing the order of  $G$ ,  $\mathfrak{S}$  contains exactly one and only one Sylow  $p$ -subgroup of  $G$ . A subgroup  $H$  of  $G$  is said to be  $\mathfrak{S}$ -permutable subgroup of  $G$  if  $H$  permutes with every member of  $\mathfrak{S}$ . A subgroup  $H$  of a finite group  $G$  is said to be  $c$ -normal in  $G$  if there exists a normal subgroup  $K$  of  $G$  such that  $G = HK$  and  $H \cap K \leq H_G$ , where  $H_G = \bigcap_{g \in G} H^g$  is the largest normal subgroup of  $G$  contained in  $H$ . The main objectives of this thesis are formulated as follows:

- (a) To introduce a new subgroup embedding property, called weakly  $\mathfrak{S}$ -permutable, which generalizes and unifies the concepts of  $\mathfrak{S}$ -permutability and  $c$ -normality.
- (b) To introduce a new subgroup embedding property, called conjugate- $\mathfrak{S}$ -permutable, which is closely related to the concept of  $\mathfrak{S}$ -permutability.
- (c) To study the structure of the finite group  $G$  under the assumption that certain subgroups of prime power orders of  $G$  are
  - (1) weakly  $\mathfrak{S}$ -permutable subgroups of  $G$ .
  - (2) conjugate- $\mathfrak{S}$ -permutable subgroups of  $G$ .